UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE COMPUTAÇÃO

EE882 – LABORATÓRIO DE COMUNICAÇÃO I

EXPERIÊNCIA 1

ESPECTRO DE FREQUÊNCIA

Profs. Bruno Masiero, Michel Yacoub

Segundo Semestre de 2016

Parte Teórica

1. INTRODUÇÃO

Os sinais elétricos, como tensão e corrente, são grandezas descritas em termos de amplitude, tempo e frequência. A representação destes sinais pode ser feita tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. A análise espectral, baseada em séries e transformadas de Fourier, é uma ferramenta muito importante em engenharia de comunicações. A série de Fourier lida com sinais periódicos, enquanto que a transformada de Fourier lida com sinais não periódicos. Neste experimento, serão analisados sinais periódicos.

2. SÉRIE DE FOURIER

Seja *v(t)* um sinal periódico com período T_0. Sua representação em série de Fourier é dada por

$$v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2\left|C_n\right| \cos\left(2\pi n f_0 t + \Phi_n\right) \qquad f_0 = \frac{1}{T_0}, \tag{1}$$

onde C_n e Φ_n são dados por

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\, e^{-j 2\pi n f_0 t}\, dt \qquad \text{para n = 0, 1, 2,...} \tag{2}$$

$$\Phi_n = \angle C_n = -\arctan\left(\frac{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) sen(2\pi n f_0 t)\, dt}{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos(2\pi n f_0 t)\, dt} \right). \tag{3}$$

Uma forma alternativa de se representar o sinal periódico *v(t)* em série de Fourier segue:

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(2\pi n f_0 t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n sen\left(2\pi n f_0 t\right), \tag{4}$$

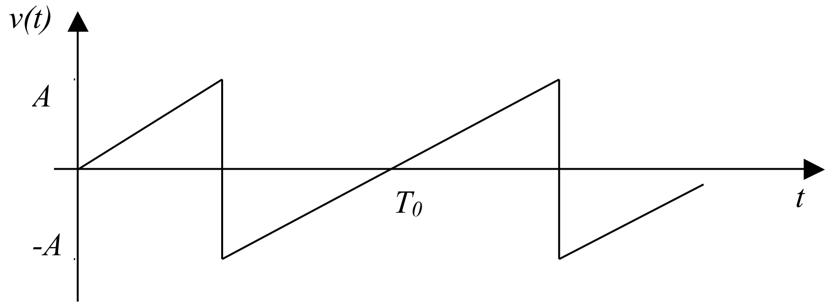
onde

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\, dt \tag{5}$$

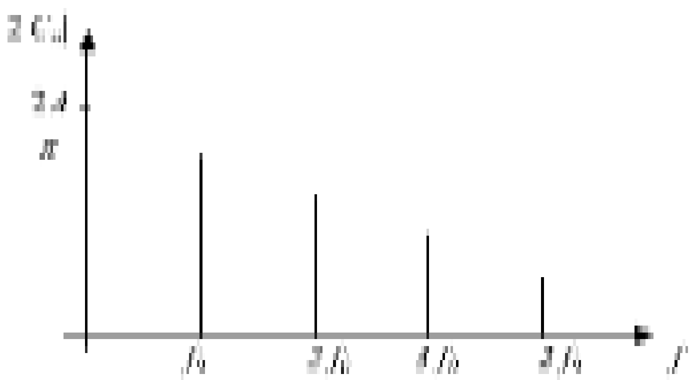
$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos\left(2\pi n f_0 t\right) dt \tag{6}$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t)\, sen\left(2\pi n f_0 t\right) dt. \tag{7}$$

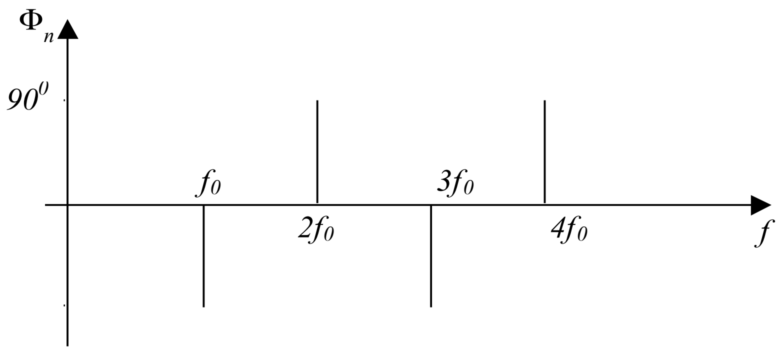
Assim, um sinal periódico no tempo é completamente caracterizado pela amplitude e fase de cada uma de suas harmônicas, isto é, de suas componentes de frequências nf_0 (n = 0, 1, 2,...). A Figura 1 ilustra uma onda do tipo dente-de-serra nos domínios do tempo e da frequência.



a) Onda dente-de-serra no domínio do tempo



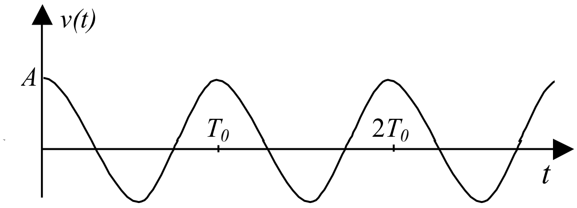
b) Espectro unilateral de magnitude



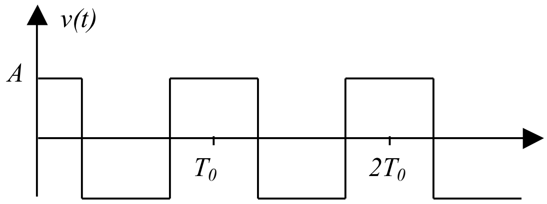
c) Espectro unilateral de fase

Figura 1: Onda dente-de-serra nos domínios do tempo e da frequência.

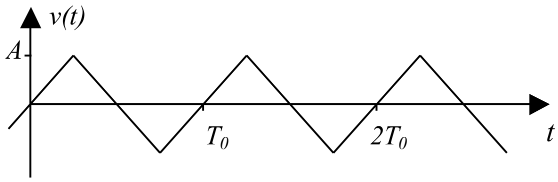
A Figura 2 mostra outras formas de onda e suas representações em termos da série de Fourier.



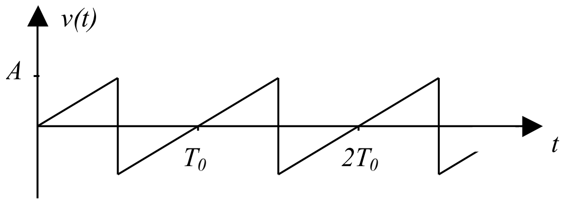
$$v(t) = A\cos(\omega_0 t)$$



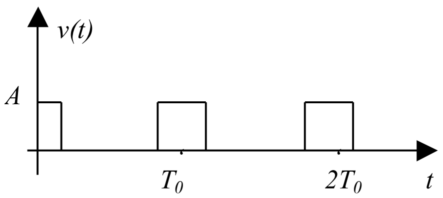
$$v(t) = \frac{4A}{\pi}\left[\cos(\omega_0 t) - \frac{1}{3}\cos(3\omega_0 t) + \ldots\right]$$



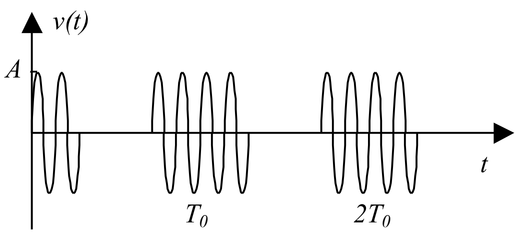
$$v(t) = \frac{8A}{\pi^2}\left[sen(\omega_0 t) - \frac{sen(3\omega_0 t)}{3^2} + \ldots\right]$$



$$v(t) = \frac{2A}{\pi}\left[sen(\omega_0 t) - \frac{sen(2\omega_0 t)}{2} + \ldots\right]$$



$$v(t) = \frac{A\tau}{T_0} + \frac{2A\tau}{T_0}\left[\begin{array}{l} \sin c\left(\frac{\tau}{T_0}\right)\cos(\omega_0 t) + \\ + \sin c\left(\frac{2\tau}{T_0}\right)\cos(2\omega_0 t) + \ldots \end{array}\right]$$



$$v(t) = \frac{16A}{\pi}\left[\begin{array}{l} -\frac{1}{63}sen(\omega_0 t) + \frac{1}{55}sen(3\omega_0 t) + \\ -\frac{1}{39}sen(5\omega_0 t) + \frac{1}{15}sen(7\omega_0 t) + \\ -\frac{\pi}{32}sen(8\omega_0 t) + \frac{1}{17}sen(9\omega_0 t) + \\ -\frac{1}{57}sen(11\omega_0 t) + \frac{1}{105}sen(13\omega_0 t) + \\ -\frac{1}{161}sen(15\omega_0 t) + \ldots \end{array}\right]$$

Figura 2: Sinais periódicos com suas respectivas representações em série de Fourier.

Uma onda periódica satisfaz a relação

$$x(t) = -x\left(t + \frac{T_0}{2}\right) \tag{8}$$

então essa onda não possui as harmônicas pares. Note que este é o caso da onda quadrada e da onda triangular.

Parte Prática

Utilize um Gerador de Funções para gerar as formas de onda apropriadas. Utilize o Osciloscópio para a análise dos sinais no domínio do tempo. Utilize um Analisador de Espectro para a análise destes mesmos sinais no domínio da freqüência. A conexão da saída do Gerador de Funções para a entrada do Osciloscópio deve ser feita através de um casador de impedância (feed through) de 50Ω. A conexão da saída do Gerador de Funções para a entrada do Analisador de Espectro é direta. Analise os sinais no tempo e na freqüência de forma separada.

1. Onda Senoidal

Ajuste, pelo osciloscópio, uma onda senoidal produzida pelo gerador Agilent 33220A em torno de 0,1 Volt de pico (V_p) e frequência f_0 de 100 kHz. Observe o sinal no Osciloscópio e depois no Analisador de Espectro. Para este último, faça os seguintes ajustes:

- No menu FREQUENCY pressione a opção CENTER e digite o valor adequado (100 kHz).
- Em seguida, escolha no campo SPAN um valor apropriado.
- Ajuste no menu AMPLITUDE o campo SCALE TYPE como linear. No campo Y-AXIS escolha a opção [V]. No campo REF LEVEL, digite um valor (teto) adequado para uma boa observação espectral (próximo de 75% para melhor precisão).
- No menu PEAK SEARCH acione o marcador na primeira harmônica.
- Verifique ainda no menu BW/AVG e SWEEP/TRIG se a banda de resolução é adequada, bem como o tempo de varredura.
- Utilize também a escala vertical (Y-AXIS) com outras unidades quando for preciso.

Visualize o sinal no Analisador de Espectro utilizando as seguintes escalas verticais:

- Y-AXIS em [V];
- Y-AXIS em [dBm];

- Y-AXIS em [dBμV];
- Y-AXIS em [W].

Justifique os valores declarados pelo marcador, fazendo uma comparação com os valores esperados teoricamente.

2. Onda Quadrada

2.1 Selecione no gerador de funções uma onda quadrada de 0,1 V_p e frequência 100 kHz. Observe a onda no Osciloscópio e depois no Analisador de Espectro. Faça a medição apenas na escala linear (Y-AXIS em [V]). Utilize SPAN = 1 MHz e CENTER = 500 kHz. Meça a magnitude das harmônicas até 1 MHz com auxílio do Cursor. Antes, faça os ajustes para uma melhor visualização espectral. Faça uma tabela comparando os valores práticos com os teóricos e comente. **GUARDE ESTA TABELA PARA USO POSTERIOR.**

2.2 Repita o procedimento para 2 MHz.

3. Onda Triangular

3.1 Selecione no gerador de funções uma onda triangular de 0,1 V_P e frequência 10 kHz. Meça a magnitude das harmônicas até 1 MHz. Faça uma tabela comparando os valores práticos com os teóricos e comente. **GUARDE ESTA TABELA PARA USO POSTERIOR.**

2.2 Repita o procedimento para 100 kHz.

4. Pulsos

Selecione no gerador de funções uma onda tipo pulso de 0,1 V_P e frequência 100 kHz. Faça o fator de ocupação (*duty cycle*) igual a 10%. Avalie os tempos τ e T_0. Meça a magnitude das harmônicas até 1 MHz. Compare os resultados medidos com a teoria e comente. Altere adequadamente a CENTER FREQ e o SPAN, com o intuito de observar a função *sinc* (ou *sampling*)**.** Interprete o resultado e comente o que está ocorrendo. Se o *duty cycle* for igual a 20%, o que se espera? E se for 50%? E se for 90%? Verifique estes casos na prática.

5. Distorção no Cruzamento do Zero

5.1 Monte o circuito abaixo.

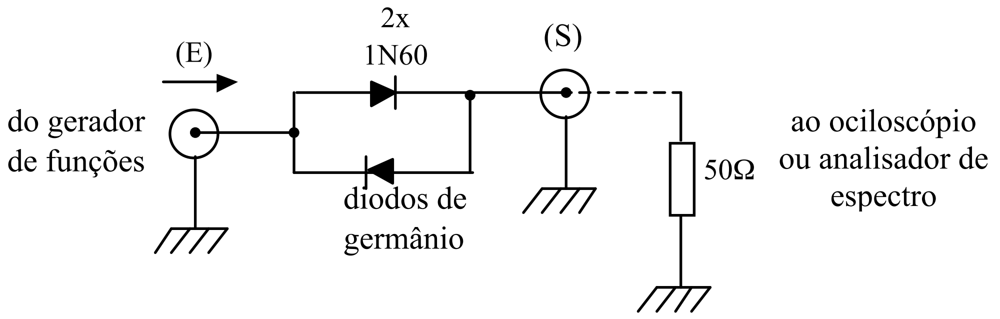


Figura 3: Circuito com distorção *cross-over*.

O aluno deve observar que o resistor de 50 Ω indicado na figura corresponde ao cabo coaxial com o conector *feed-through* (no caso do osciloscópio) ou com o próprio resistor interno de entrada (no caso do analisador de espectro).

Gere uma tensão senoidal de 1 MHz e aplique ao circuito. Anote a forma de onda na saída, bem como o espectro obtido, para três valores de amplitudes (declaradas no gerador):

- 0,25 [V_P]
- 0,5 [V_P]
- 1,0 [V_P]

Obtenha, para os três casos, a distorção harmônica total (DHT) percentual, em relação à onda senoidal "pura", utilizando a relação

$$DHT(\%) = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + ... + A_n^2}}{A_1} \times 100\ (\%),$$

onde

A_1 = amplitude da fundamental (1MHz)

$A_2, A_3,...A_N$ = amplitudes das harmônicas.

Avalie a distorção até 10 MHz, pelo menos. Compare os três casos investigados. Comente e conclua.

5.2 O valor teórico da distorção harmônica de uma onda quadrada é dado por $\sqrt{\frac{\pi^2}{8}-1}\times 100\%$. (Como foi obtido esse valor teórico?) Idealmente, a distorção harmônica da onda quadrada independe da frequência utilizada. Na prática, isso pode não ser verdade. Utilize as tabelas do item 2 e calcule a distorção harmônica para as duas frequências. Compare com o valor teórico e comente os resultados.

5.3 Meça a distorção harmônica de uma onda triangular. Compare com o valor teórico de $\sqrt{\frac{\pi^4}{96}-1}\times 100\%$. Como antes, esse valor teórico independe da frequência. Utilize as tabelas do item 3 e calcule a distorção harmônica para as duas frequências.