Capítulo 2

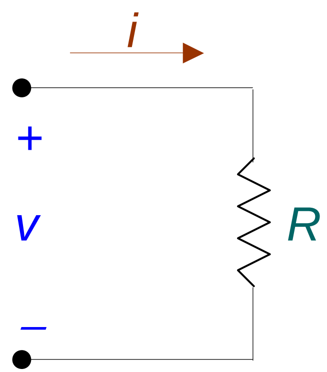
Circuitos Resistivos

2.1 Lei de Ohm

Resistor:

- qualquer dispositivo que exibe somente uma resistência.
- a resistência está associada ao número de colisões dos elétrons com os átomos do condutor, quando uma corrente flui por este dispositivo.

Símbolo:



$R \geq 0$

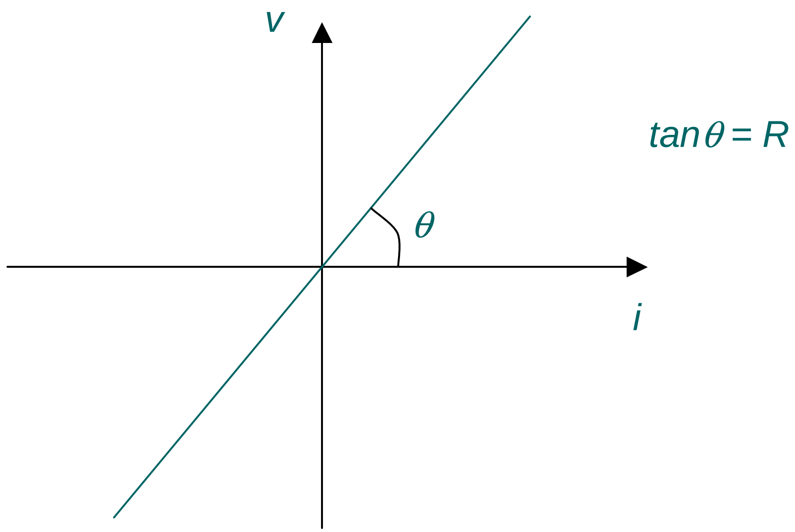
Unidade da resistência *R*: ohm [Ω] = volt/ampère

Lei de Ohm:

A tensão sobre um resistor é diretamente proporcional à corrente que o atravessa.

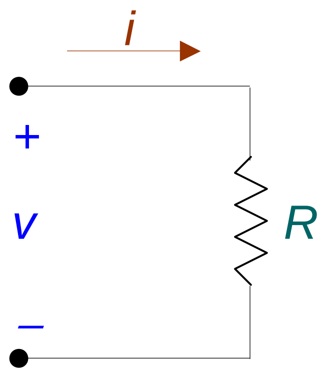
$$v = Ri$$

Se *R* é constante, a equação acima é uma linha reta:



Portanto, *R* é chamado de resistor linear.

A corrente entra no resistor pelo terminal com potencial mais elevado e sai pelo terminal de potencial mais baixo.

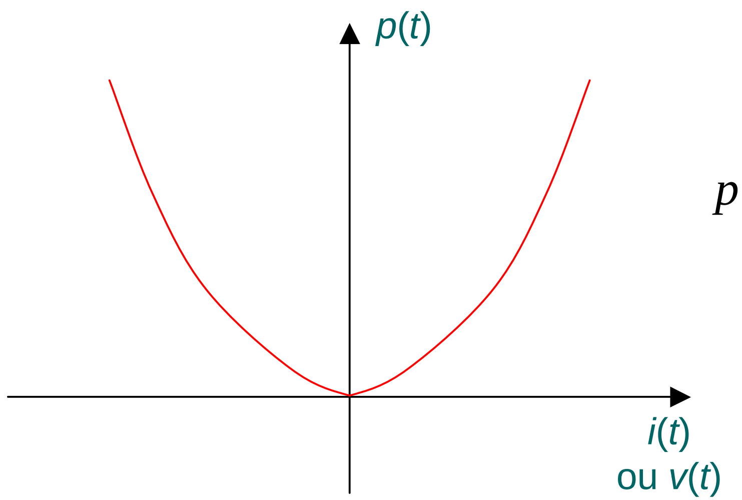


Como as cargas são transportadas pelo resistor do potencial mais alto para o mais baixo, a perda de energia por carga *q* (energia = *qv*) é dissipada pelo resistor na forma de calor.

Potência instantânea = velocidade que a energia é dissipada:

$$p(t)=v(t)i(t)=Ri^2(t)=\frac{v^2(t)}{R}$$

Gráfico da potência instantânea:



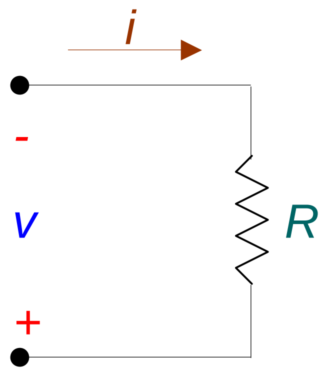
$$p(t) = Ri^2(t) = \frac{v^2(t)}{R}$$

Condição de passividade:

$$w(t) = \int_{-\infty}^{t} p(t)dt \geq 0$$

$p(t) \geq 0 \Rightarrow R$ é um elemento passivo!

Observação:



Lei de Ohm: $v = -Ri$

Potência nominal (wattagem nominal) de um resistor:

- máxima potência que o resistor pode dissipar sem se danificar por excesso de calor.

Condutância G:

$$G = \frac{1}{R}$$

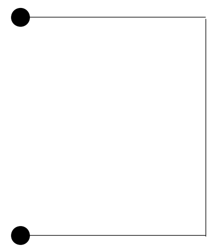
Unidade: siemens (S) = ampère/volt = mho

Lei de Ohm: $i = Gv$

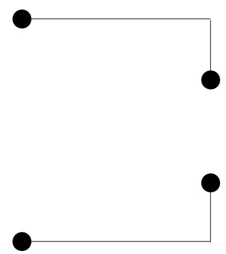
Potência instantânea: $p(t) = v(t)i(t) = \frac{i^2(t)}{G} = Gv^2(t)$

Termos:

- Curto circuito: R = 0 [ohm]



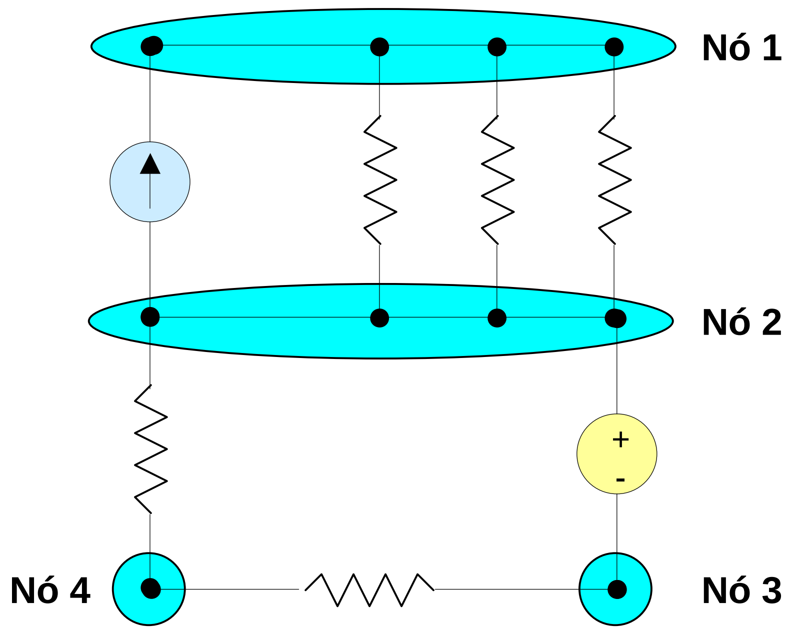
- Circuito aberto: $R = \infty$ [ohm]



2.2 Leis de Kirchhoff

Circuito de parâmetros concentrados:

- elementos conectados por condutores ideais (resistência nula),
- energia inerente ou concentrada inteiramente dentro de cada elemento do circuito.

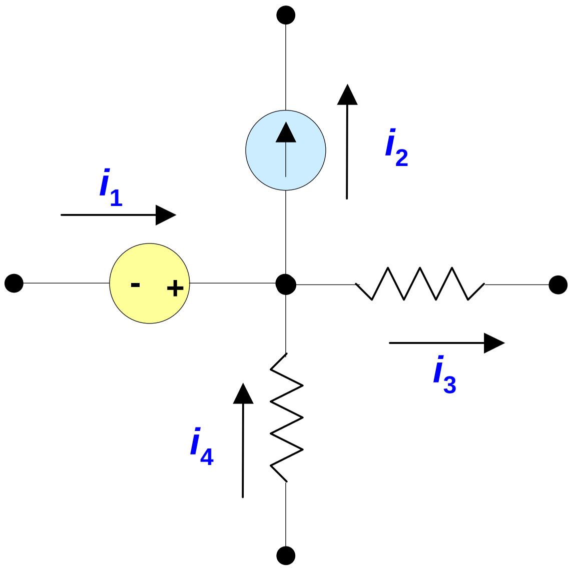


Lei de Kirchhoff das correntes:

a) A soma algébrica das correntes que chegam em um nó é igual a zero.

b) A soma algébrica das correntes que saem de um nó é igual a zero.

c) A soma das correntes que chegam em um nó é igual à soma das correntes que saem deste nó.



a) $i_1 + (-i_2) + (-i_3) + i_4 = 0$

b) $(-i_1) + i_2 + i_3 + (-i_4) = 0$

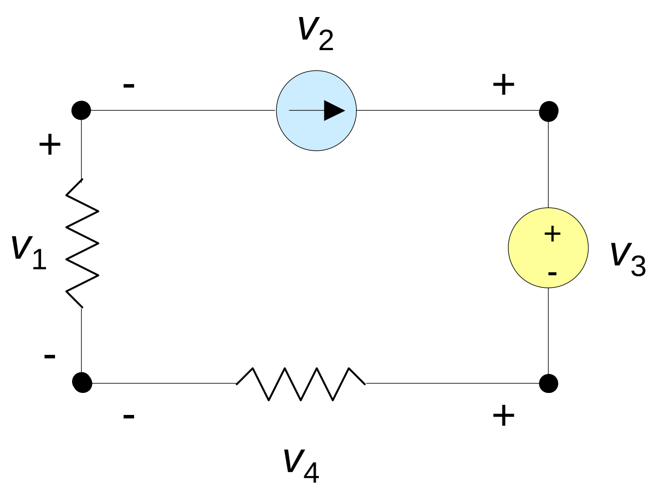
c) $i_1 + i_4 = i_2 + i_3$

$$\sum_{n=1}^{N} i_n = 0$$

N = nº de correntes no nó.

Lei de Kirchhoff das tensões:

- A soma algébrica das tensões ao longo de um percurso fechado de um circuito é zero.



$$v_1 + v_2 - v_3 - v_4 = 0$$

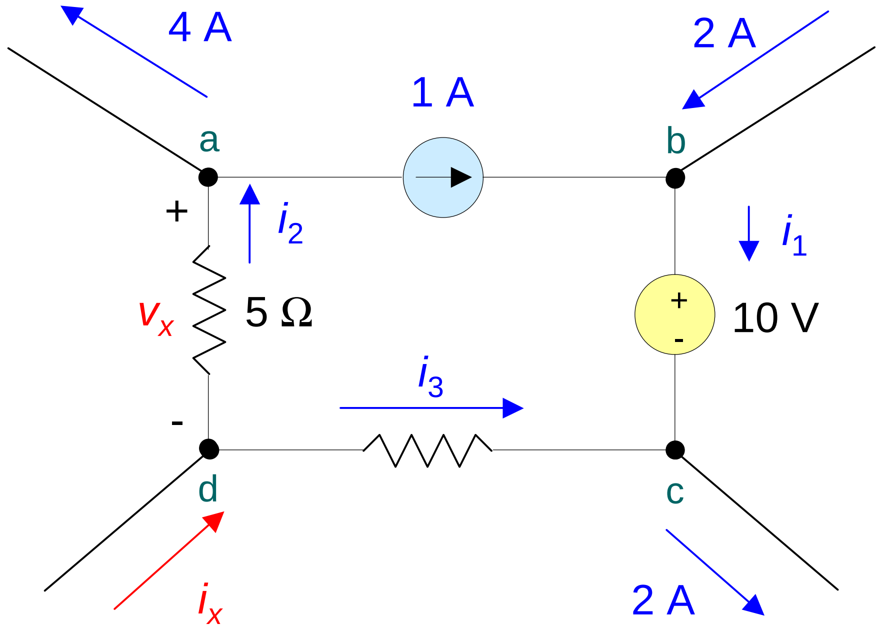
ou

$$-v_1 - v_2 + v_3 + v_4 = 0$$

$$\sum_{n=1}^{N} v_n = 0$$

N = nº de tensões no percurso fechado.

Exemplo:



Nó a: $i_2 - 4 - 1 = 0 \Rightarrow i_2 = 5\ [A] \Rightarrow v_x = -5 \cdot 5 = -25\ [V]$ Lei de Ohm

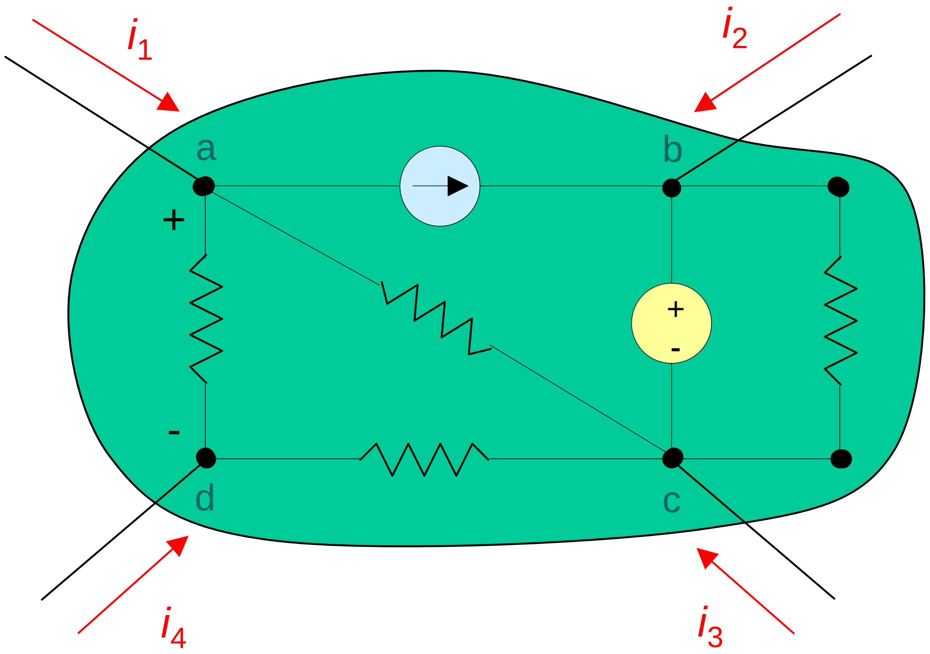
Nó b: $i_1 - 2 - 1 = 0 \Rightarrow i_1 = 3\ [A]$

Nó c: $i_3 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow i_3 = -1\ [A]$

Nó d: $i_x - i_2 - i_3 = 0 \Rightarrow i_x = 5 + (-1) = 4\ [A]$

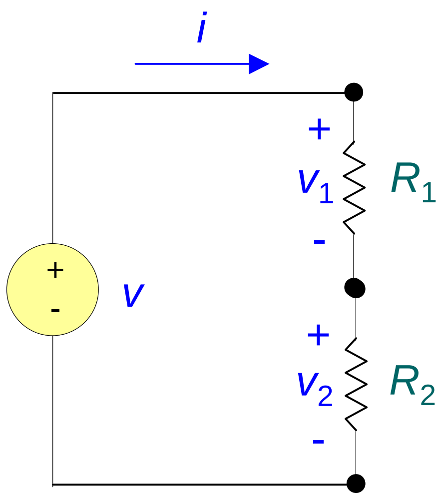
Lei de Kirchhoff das correntes generalizada:

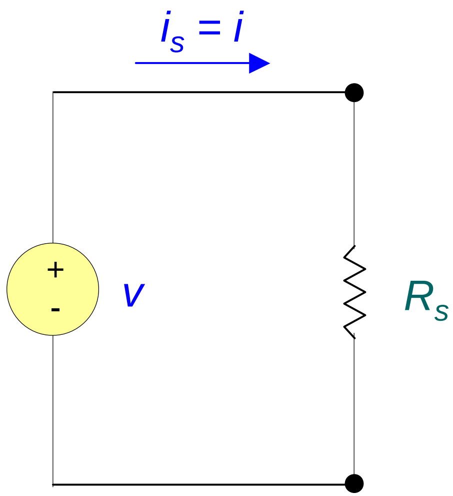
- A soma algébrica das correntes que entram em uma superfície fechada é igual zero.



$$i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

2.3 Resistência em Série e Divisão de Tensão





$$v = v_1 + v_2 = R_1 i + R_2 i = \left(R_1 + R_2\right) i$$

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

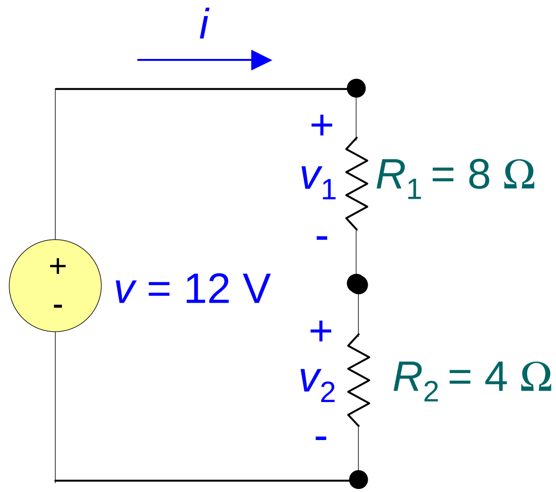
$$i_s = \frac{v}{R_s}$$

$$R_s = R_1 + R_2$$

$$v_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v$$

$$v_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

Exemplo:

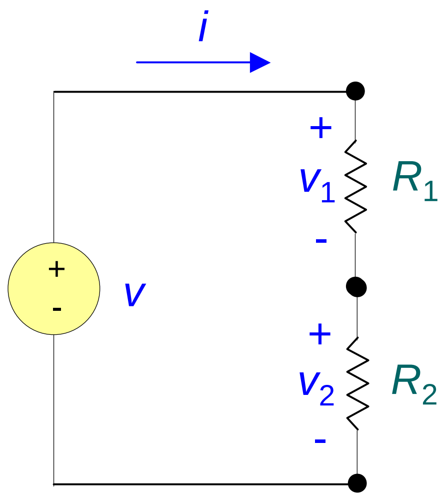


$$i = \frac{v}{R_1 + R_2} = \frac{12}{8+4} = 1 \;\; [\mathrm{A}]$$

$$v_1 = \frac{8}{8+4} \cdot 12 = 8 \;\; [\mathrm{V}]$$

$$v_2 = \frac{4}{8+4} \cdot 12 = 4 \;\; [\mathrm{V}]$$

Potências instantâneas absorvidas por R_1 e R_2:



$$p_1 = \frac{v_1^2}{R_1} = \frac{R_1}{(R_1+R_2)^2} v^2$$

$$\boxed{v_1 = R_1 i = \frac{R_1}{R_1+R_2} v}$$

$$p_2 = \frac{v_2^2}{R_2} = \frac{R_2}{(R_1+R_2)^2} v^2$$

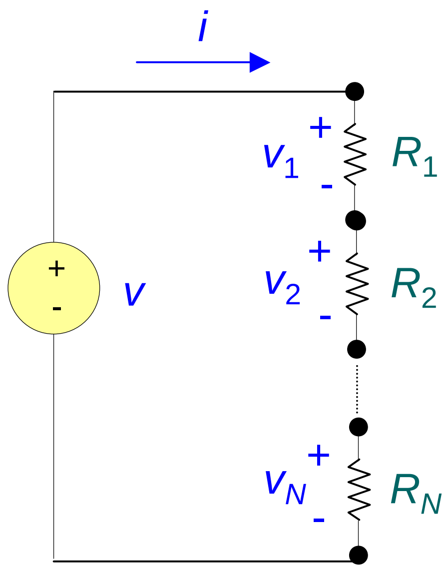
$$\boxed{v_2 = R_2 i = \frac{R_2}{R_1+R_2} v}$$

Potência total absorvida:

$$p = p_1 + p_2 = \frac{v^2}{R_1+R_2} = v\left(\frac{v}{R_1+R_2}\right) = v \cdot i$$

Note que a potência entregue pela fonte de tensão é igual a potência dissipada pelos resistores $\Rightarrow$ princípio da conservação de potência (teorema de Tellegen).

Generalização para *N* resistores em série:



$$v = v_1 + v_2 + \cdots + v_N = R_1\, i + R_2\, i + \cdots + R_N\, i$$

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2 + \cdots + R_N}$$

$$R_s = R_1 + R_2 + \cdots + R_N = \sum_{n=1}^{N} R_n$$

$$v_n = R_n\, i = \frac{R_n}{R_s} v \qquad n = 1, 2, \cdots, N$$

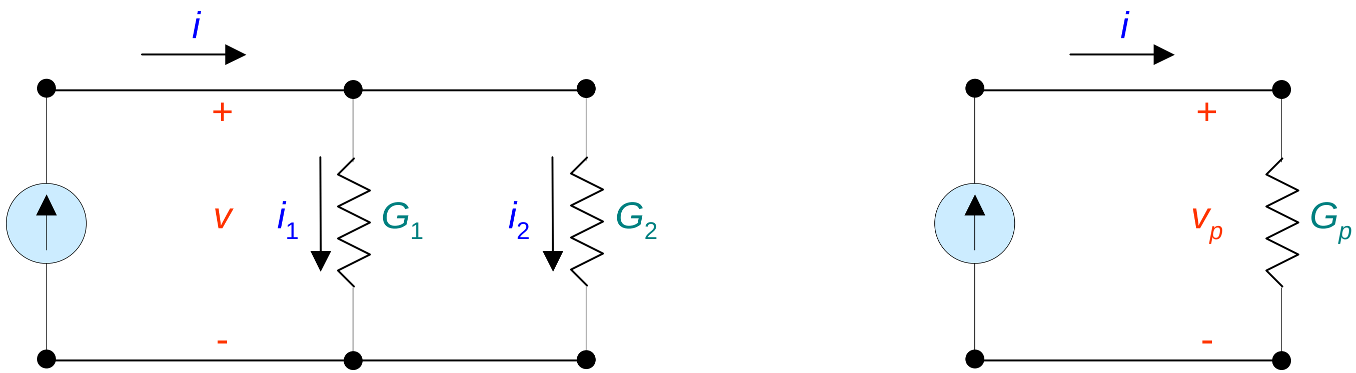
Potência instantânea sobre R_n:

$$p_n = \frac{v_n^2}{R_n} = \frac{R_n}{R_s^2} v^2 \qquad n = 1, 2, \cdots, N$$

Potência total dissipada:

$$p = \sum_{n=1}^{N} \frac{v_n^2}{R_n} = \sum_{n=1}^{N} \frac{R_n}{R_s^2} v^2 = \frac{v^2}{R_s} = v\, i$$

2.4 Resistências em Paralelo e Divisão de Corrente



$$i = i_1 + i_2 = G_1 v + G_2 v = (G_1 + G_2) v$$

$$v = \frac{i}{G_1 + G_2}$$

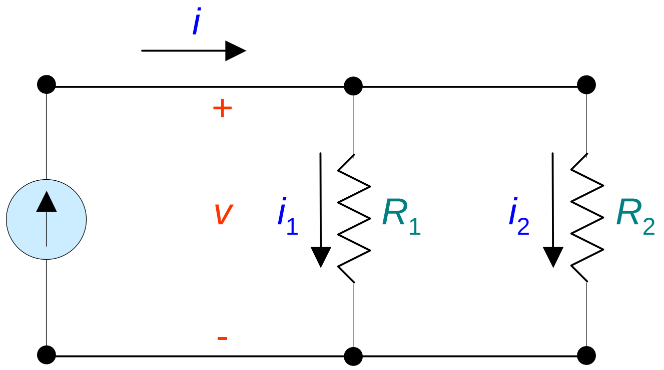
$$v_p = \frac{i}{G_p}$$

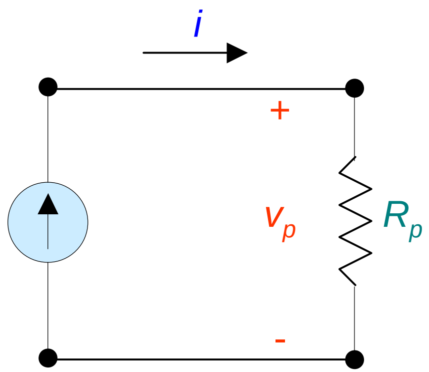
$$G_p = G_1 + G_2$$

$$i_1 = G_1 v = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i$$

$$i_2 = G_2 v = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i$$

Em termos de resistências:





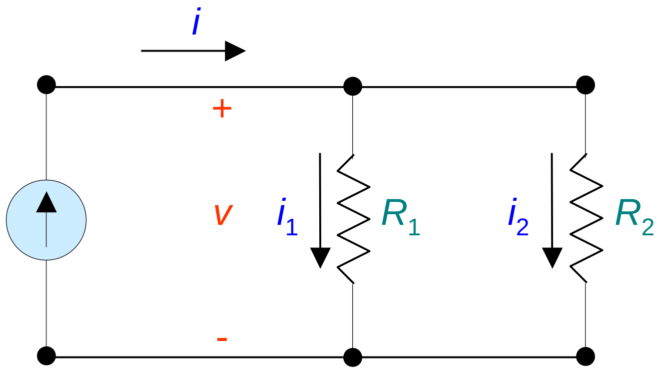
$$G_p = G_1 + G_2 \quad \Rightarrow \quad G_p = \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$R_p = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$i_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} i = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

$$i_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} i = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

Potências instantâneas absorvidas por R_1 e R_2:



$$p_1 = R_1 i_1^2 = R_1 \frac{R_2^2 i^2}{(R_1 + R_2)^2} \qquad i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i$$

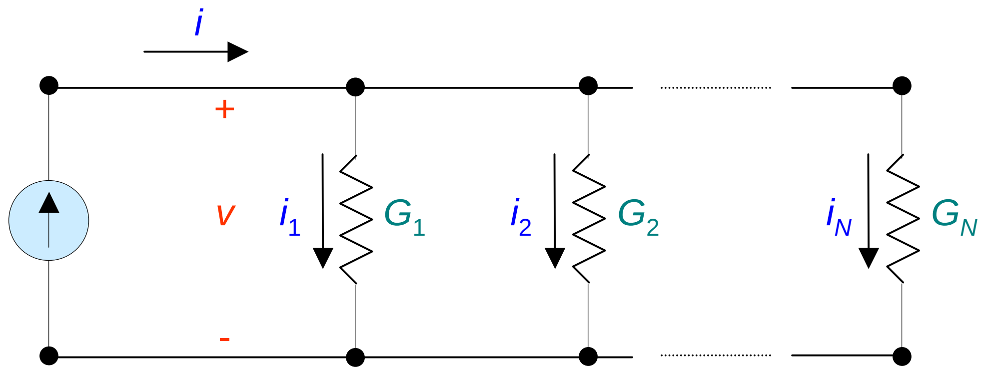
$$p_2 = R_2 i_2^2 = R_2 \frac{R_1^2 i^2}{(R_1 + R_2)^2} \qquad i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} i$$

Potência total absorvida:

$$p = p_1 + p_2 = R_1 \frac{R_2^2 i^2}{(R_1 + R_2)^2} + R_2 \frac{R_1^2 i^2}{(R_1 + R_2)^2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} i^2 = v \cdot i$$

Note que a potência entregue pela fonte de corrente é igual a potência dissipada pelos resistores $\Rightarrow$ princípio da conservação de potência (teorema de Tellegen).

Generalização para *N* resistores em paralelo baseada nas condutâncias:



$$i = i_1 + i_2 + \cdots + i_N = G_1\, v + G_2\, v + \cdots + G_N\, v$$

$$G_p = G_1 + G_2 + \cdots + G_N = \sum_{n=1}^{N} G_n$$

$$v = \frac{i}{G_1 + G_2 + \cdots + G_N} = \frac{i}{G_p}$$

$$i_n = G_n\, v = \frac{G_n}{G_p}\, i \qquad n = 1, 2, \cdots, N$$

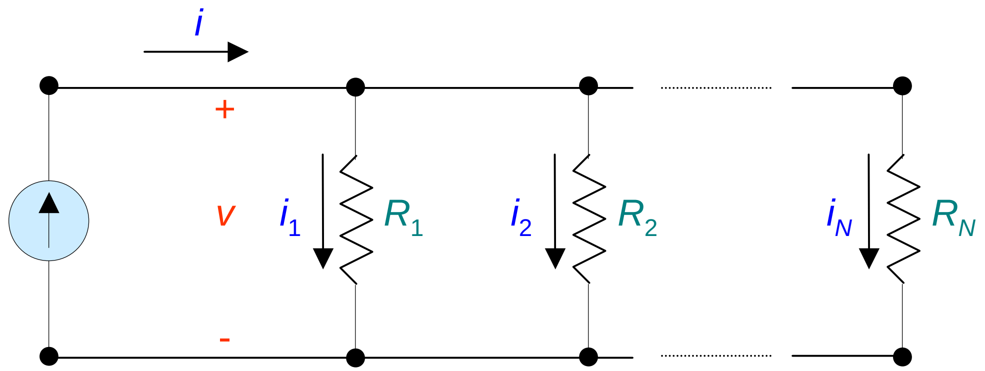
Potência instantânea sobre G_n:

$$p_n = \frac{i_n^2}{G_n} = \frac{G_n}{G_p^2}\, i^2 \qquad n = 1, 2, \cdots, N$$

Potência total dissipada:

$$p = \sum_{n=1}^{N} \frac{i_n^2}{G_n} = \sum_{n=1}^{N} \frac{G_n}{G_p^2}\, i^2 = \frac{i^2}{G_p} = v\, i$$

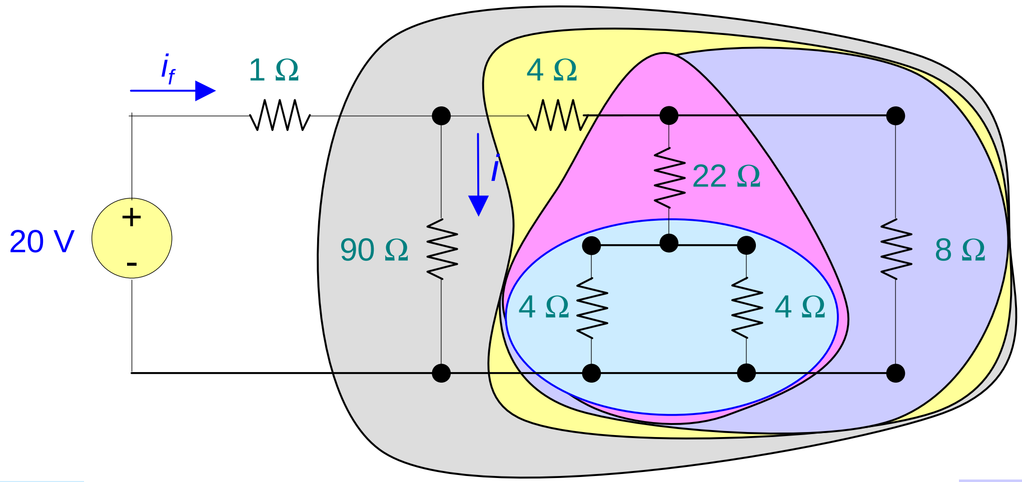
Generalização para *N* resistores em paralelo baseada nas resistências:



$$G_p = \sum_{n=1}^{N} G_n \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{1}{R_p} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}}$$

$$\boxed{i_n = \frac{G_n}{G_p}\, i = \frac{R_p}{R_n}\, i \qquad n = 1, 2, \cdots, N}$$

Exemplo: Calcule a resistência equivalente vista pela fonte e a corrente *i*.



$$R_1 = \frac{4 \cdot 4}{4+4} = 2\ \Omega$$

$$R_2 = 2 + 22 = 24\ \Omega$$

$$R_3 = \frac{24 \cdot 8}{24+8} = 6\ \Omega$$

$$R_4 = 4 + 6 = 10\ \Omega$$

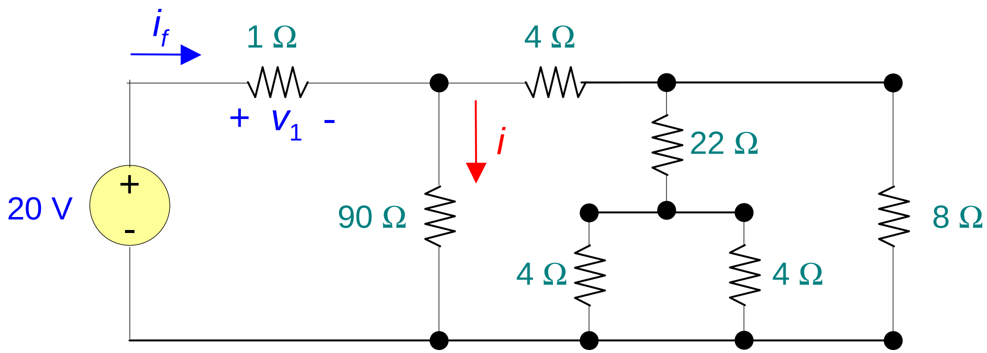
$$R_5 = \frac{90 \cdot 10}{90+10} = 9\ \Omega$$

$$R_6 = 1 + 9 = 10\ \Omega$$

Corrente *i*:

$$i_f = \frac{v}{R_6} = \frac{20}{10} = 2\ \text{A}$$

Corrente *i*:



Corrente que sai da fonte: $i_f = \dfrac{v}{R_6} = \dfrac{20}{10} = 2 \text{ A}$

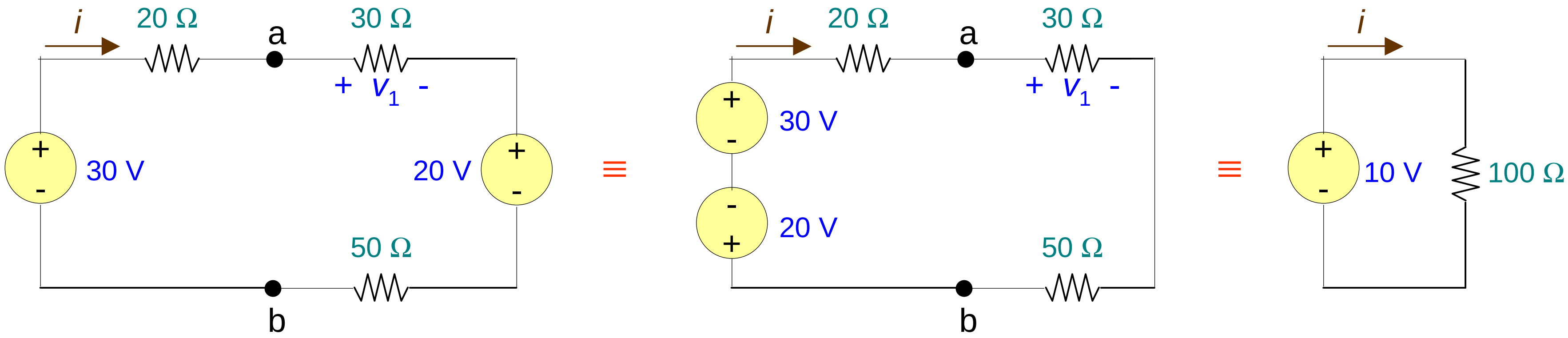
Queda de tensão sobre resistor de 1 Ω: $v_1 = Ri_f = 1 \cdot 2 = 2 \text{ V}$

Queda de tensão sobre resistor de 90 Ω: $20 = v_{90} + v_1 \Rightarrow v_{90} = 20 - 2 = 18 \text{ V}$

Corrente *i*: $i = \dfrac{v_{90}}{90} = \dfrac{18}{90} = 0{,}2 \text{ A}$

2.5 Exemplos de Análise

2.5.1 Encontrar i, v_1 e v_{ab}.



Aplicando lei de Kirchhoff para tensão e lei de Ohm:

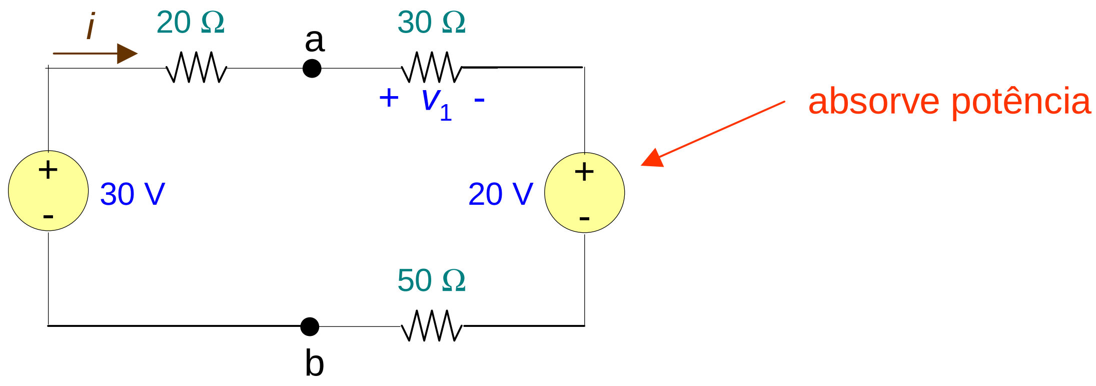
$$-30+20i+30i+20+50i=0$$

$$i=\frac{10}{100}=0{,}1 \quad [\mathrm{A}]$$

$$v_1=30i=30\cdot 0{,}1=3 \quad [\mathrm{V}]$$

$$v_{ab}=30i+20+50i=30\cdot 0{,}1+20+50\cdot 0{,}1=28 \quad [\mathrm{V}]$$

2.5.2 Princípio da conservação de potência



$$p_{20\Omega} = 20 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}2 \ [\mathrm{W}]$$

$$p_{30\Omega} = 30 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}3 \ [\mathrm{W}]$$

$$p_{50\Omega} = 50 \cdot 0{,}1^2 = 0{,}5 \ [\mathrm{W}]$$

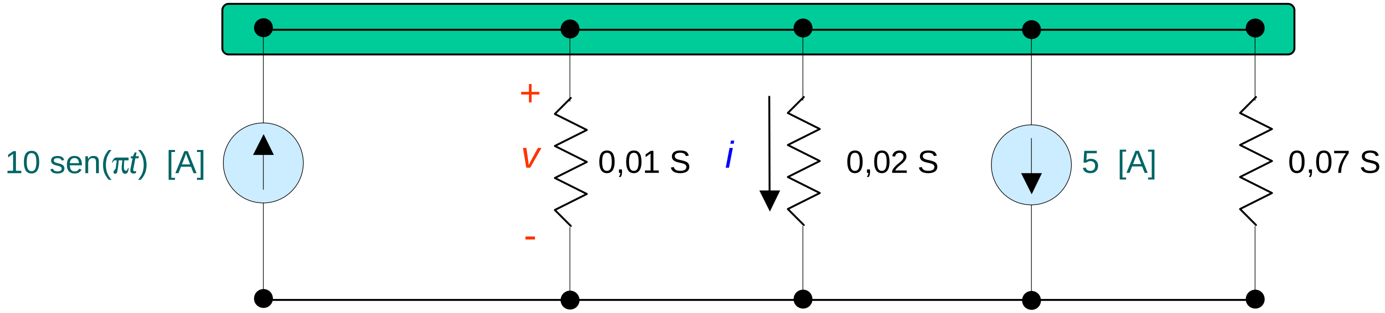
potência absorvida: $p_{20\mathrm{V}} = 20 \cdot 0{,}1 = 2 \ [\mathrm{W}]$

potência fornecida: $p_{30\mathrm{V}} = 30 \cdot 0{,}1 = 3 \ [\mathrm{W}]$

$$3 = 2 + 0{,}2 + 0{,}3 + 0{,}5$$

Portanto, a potência entregue ao circuito é igual a potência absorvida.

2.5.3 Calcular *i* e *v* e verificar o princípio da conservação de potência



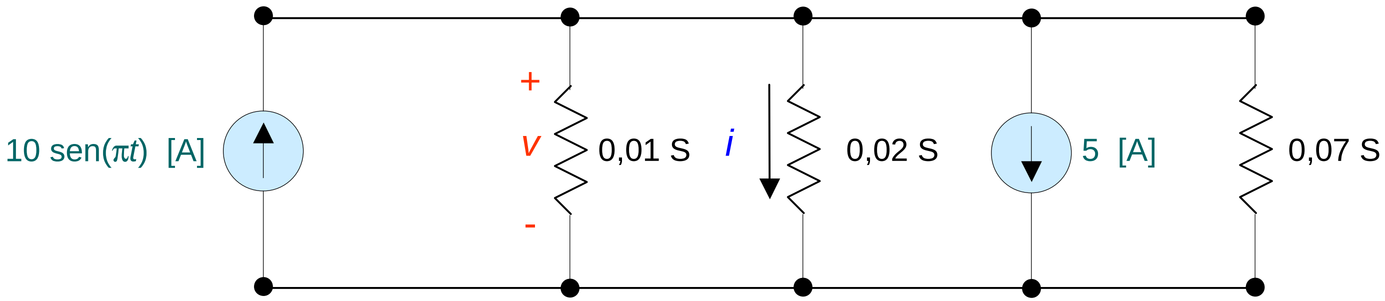
Lei de Kirchhoff no nó superior:

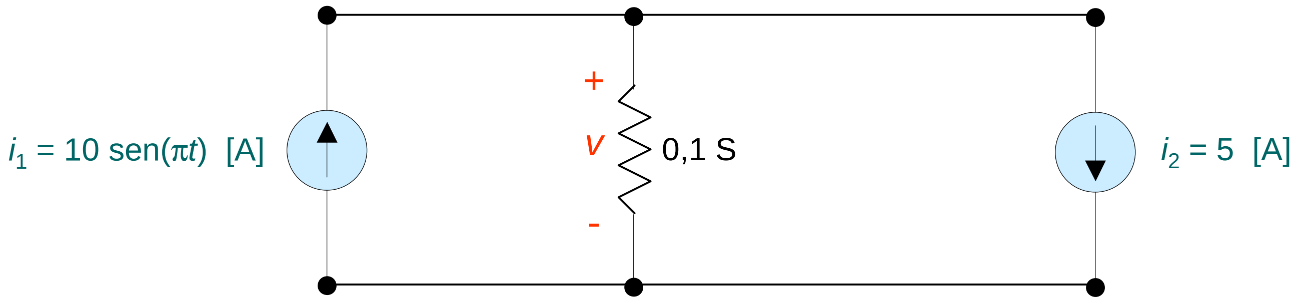
$$10\,\text{sen}(\pi t) - 0{,}01v - 0{,}02v - 5 - 0{,}07v = 0$$

$$v = \frac{10\,\text{sen}(\pi t) - 5}{0{,}1} = 100\,\text{sen}(\pi t) - 50 \;\; [\text{V}]$$

$$i = 0{,}02v = 0{,}02[100\,\text{sen}(\pi t) - 50] = 2\,\text{sen}(\pi t) - 1 \;\; [\text{A}]$$

Conservação de potência:





Potência absorvida pelos resistores:

$$p_{absorvida} = G_p v^2 = 0{,}1 \cdot [100\,\text{sen}(\pi t) + 50]^2 = 1000\,\text{sen}^2(\pi t) - 1000\,\text{sen}(\pi t) + 250 \;\; [\text{W}]$$

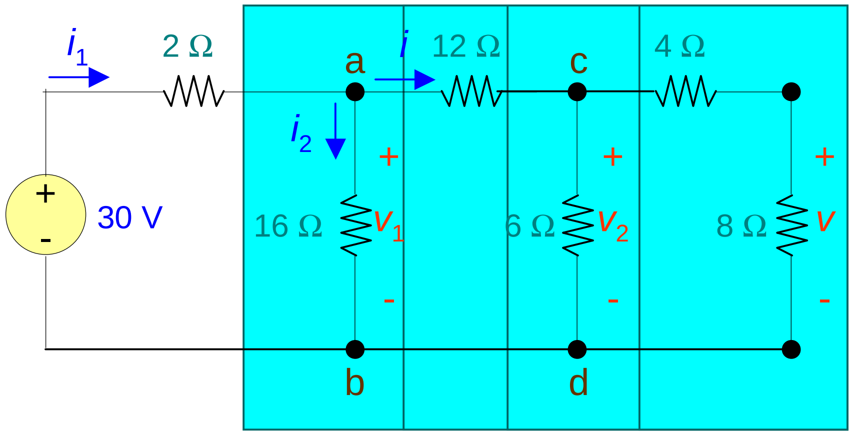
Potência das fontes:

$$p_1 = v i_1 = [100\,\text{sen}(\pi t) - 50] \cdot 10\,\text{sen}(\pi t) \quad [\text{W}]$$

$$p_2 = v i_2 = [100\,\text{sen}(\pi t) - 50] \cdot -5 \quad [\text{W}]$$

$$p_{fontes} = p_1 + p_2 = 1000\,\text{sen}^2(\pi t) - 1000\,\text{sen}(\pi t) + 250 \;\; [\text{W}]$$

2.5.4 Calcular *i* e *v* e potência entregue pela fonte.



$$R_1 = 4 + 8 = 12 \ [\Omega]$$

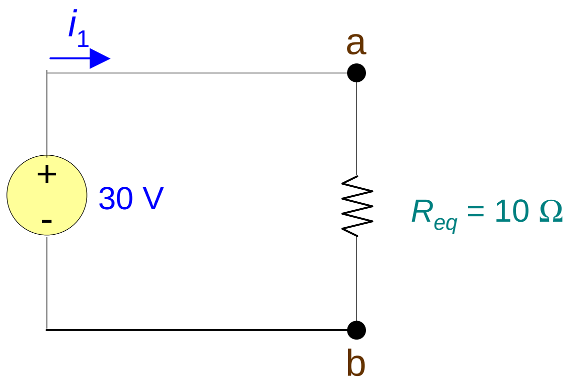
$$R_2 = \frac{6 \cdot 12}{6 + 12} = 4 \ [\Omega]$$

$$R_3 = 4 + 12 = 16 \ [\Omega]$$

$$R_4 = \frac{16 \cdot 16}{16 + 16} = 8 \ [\Omega]$$

$$R_{eq} = 8 + 2 = 10 \ [\Omega]$$

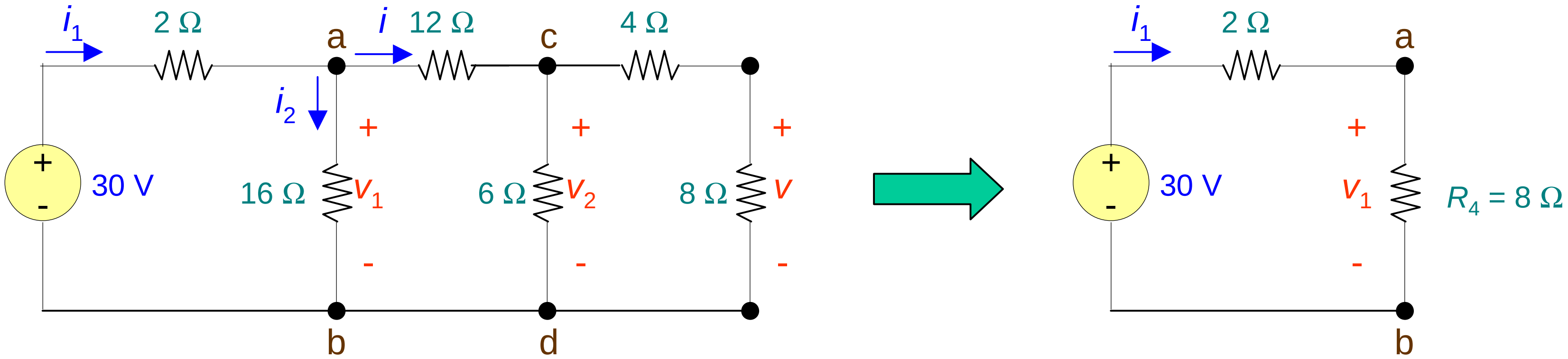
corrente i_1:



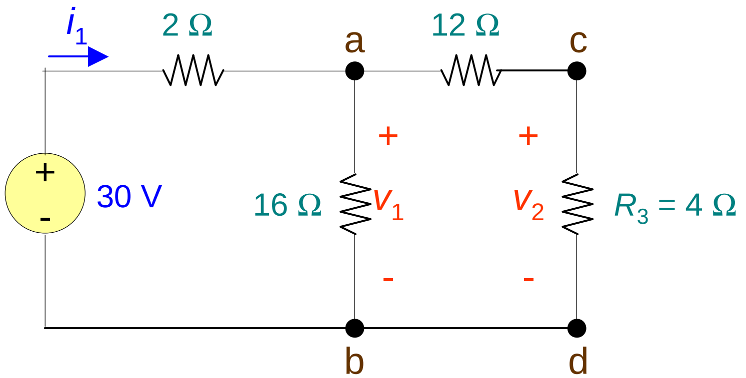
$$30 = 10 \cdot i_1 \Rightarrow i_1 = 3 \ [\text{A}]$$

potência entregue pela fonte: $p = 30 \cdot i_1 = 30 \cdot 3 = 90 \ [\text{W}]$

Cálculo de *v* e *i*:



$$v_1 = \frac{8}{8+2} \cdot 30 = 24 \ [\mathrm{V}]$$

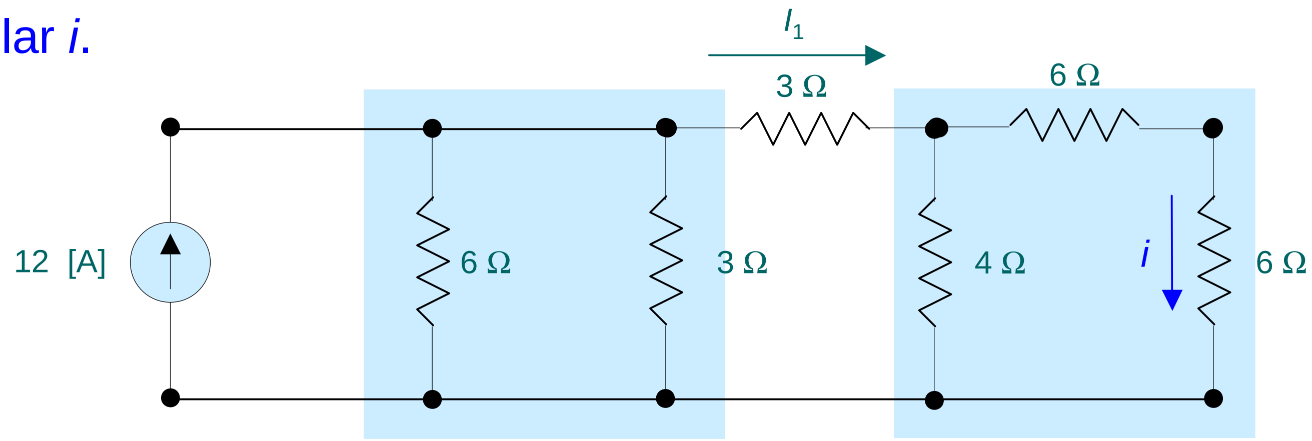


$$v_2 = \frac{4}{4+12} \cdot 24 = 6 \ [\mathrm{V}]$$

$$v = \frac{8}{8+4} \cdot v_2 = \frac{8}{12} \cdot 6 = 4 \ [\mathrm{V}]$$

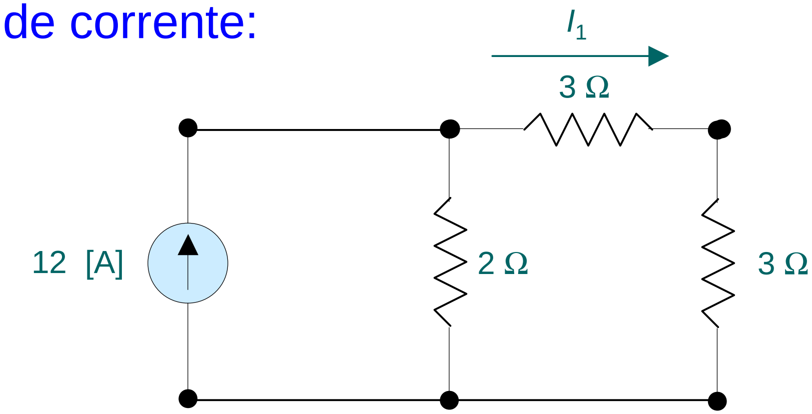
$$i = i_1 - i_2 = 3 - \frac{24}{16} = 1{,}5 \ [\mathrm{A}]$$

2.5.5 Calcular *i*.



$R_{eq2} = 2 \quad [\Omega]$ $\qquad R_{eq1} = 3 \quad [\Omega]$

Divisão de corrente:



$$i_1 = \frac{2}{2+6} \cdot 12 = 3 \ [\mathrm{A}]$$

$$i = \frac{4}{4+6+6} \cdot i_1 = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4} \quad [\mathrm{A}]$$

2.6 Amperímetros, Voltímetros e Ohmímetros

São exemplos de aplicações de divisores de tensão e de corrente.

Mundo ideal:

- amperímetro ideal mede a corrente que flui por seus terminais e apresenta tensão nula sobre os mesmos.
- voltímetro ideal mede a tensão entre seus terminais e apresenta corrente nula pelos mesmos.
- ohmímetro ideal mede a resistência conectada entre seus terminais e entrega potência nula ao resistor.

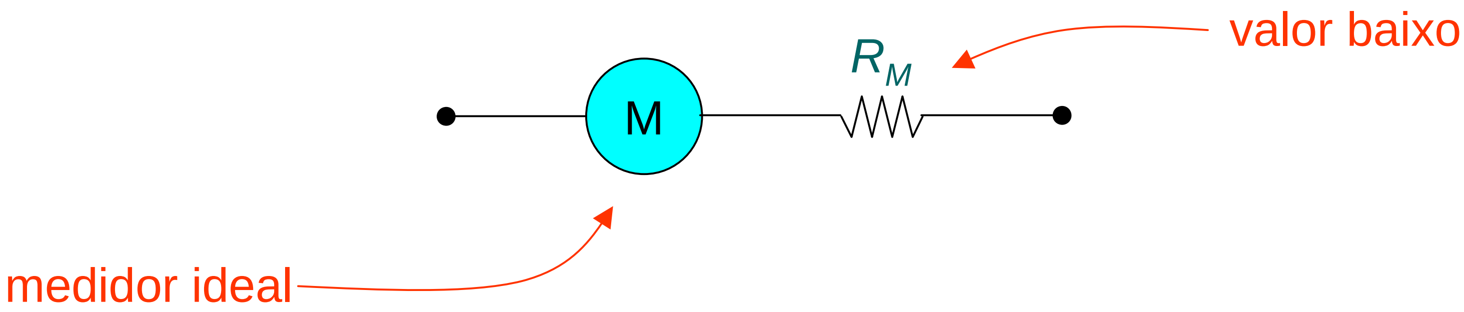
Mundo real:

- tensão, corrente e potência não nulas.

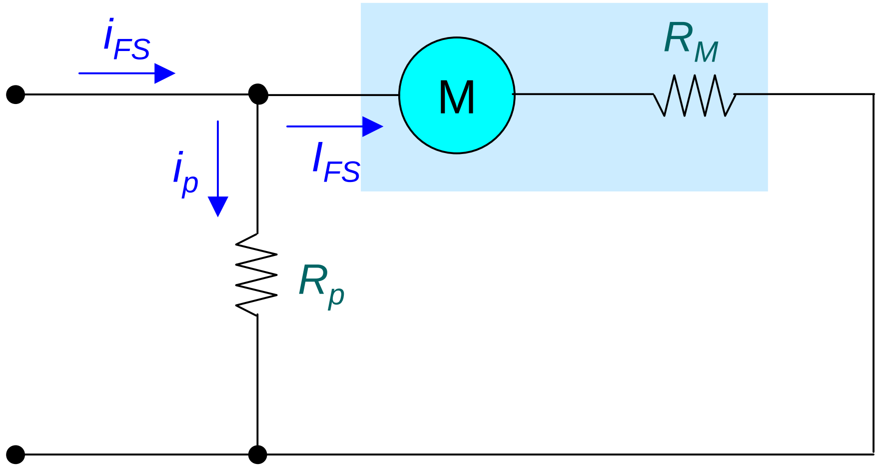
Amperímetro popular:

- dispositivo mecânico, medidor de D'Arsonval.
- constituído de 1 bobina elétrica suspensa entre os pólos de um imã permanente.
- 1 corrente contínua provoca a rotação proporcional da bobina.
- bobina ligada a um ponteiro e uma escala.
- corrente de fim de escala I_{FS}: 10 μA a 10 mA.

Dispositivo equivalente do Medidor de D'Arsonval:



Circuito para medir a corrente acima de I_{FS}:

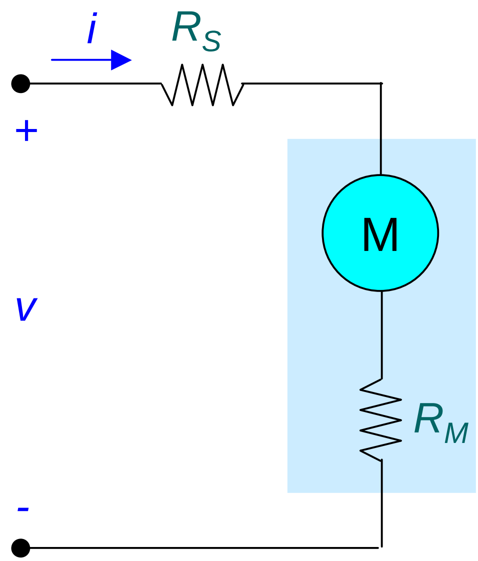


R_p = usado para reduzir a corrente que flui pelo medidor.

$$I_{FS} = \frac{R_p}{R_p + R_M} i_{FS}$$

$$\boxed{R_p = \frac{R_M I_{FS}}{i_{FS} - I_{FS}}}$$

Voltímetro:



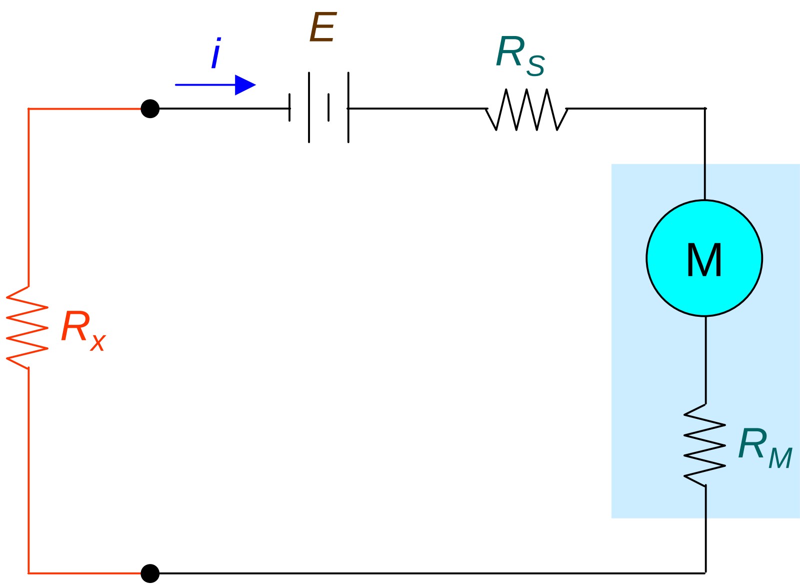
A tensão de fim de escala v_{FS} ocorre quando a corrente do medidor é I_{FS}.

$$-v_{FS} + R_s I_{FS} + R_M I_{FS} = 0$$

$$\boxed{R_s = \frac{v_{FS}}{I_{FS}} - R_M}$$

Sensibilidade de corrente: $\Omega/\text{V} \;\; \text{nominal} = \dfrac{R_s + R_M}{v_{FS}} \approx \dfrac{R_s}{v_{FS}}$

Ohmímetro:



$$-E + R_x i + R_s i + R_M i = 0 \quad \Rightarrow \quad R_x = \frac{E}{i} - R_s - R_M$$

Selecionamos E e R_s tal que, se R_x = 0 então $i = I_{FS}$, logo temos:

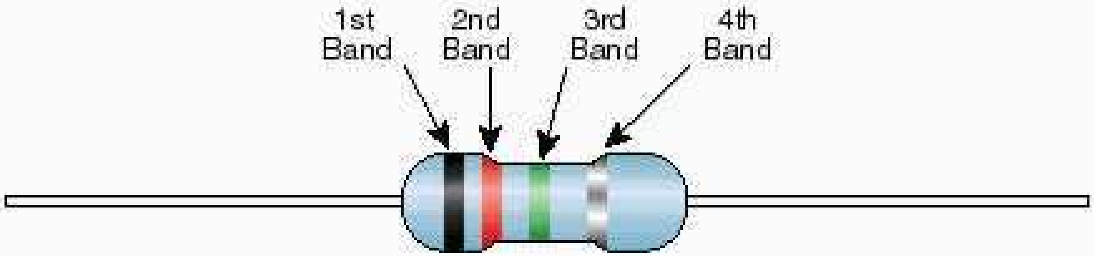
$$I_{FS} = \frac{E}{R_s + R_M}$$

Assim,

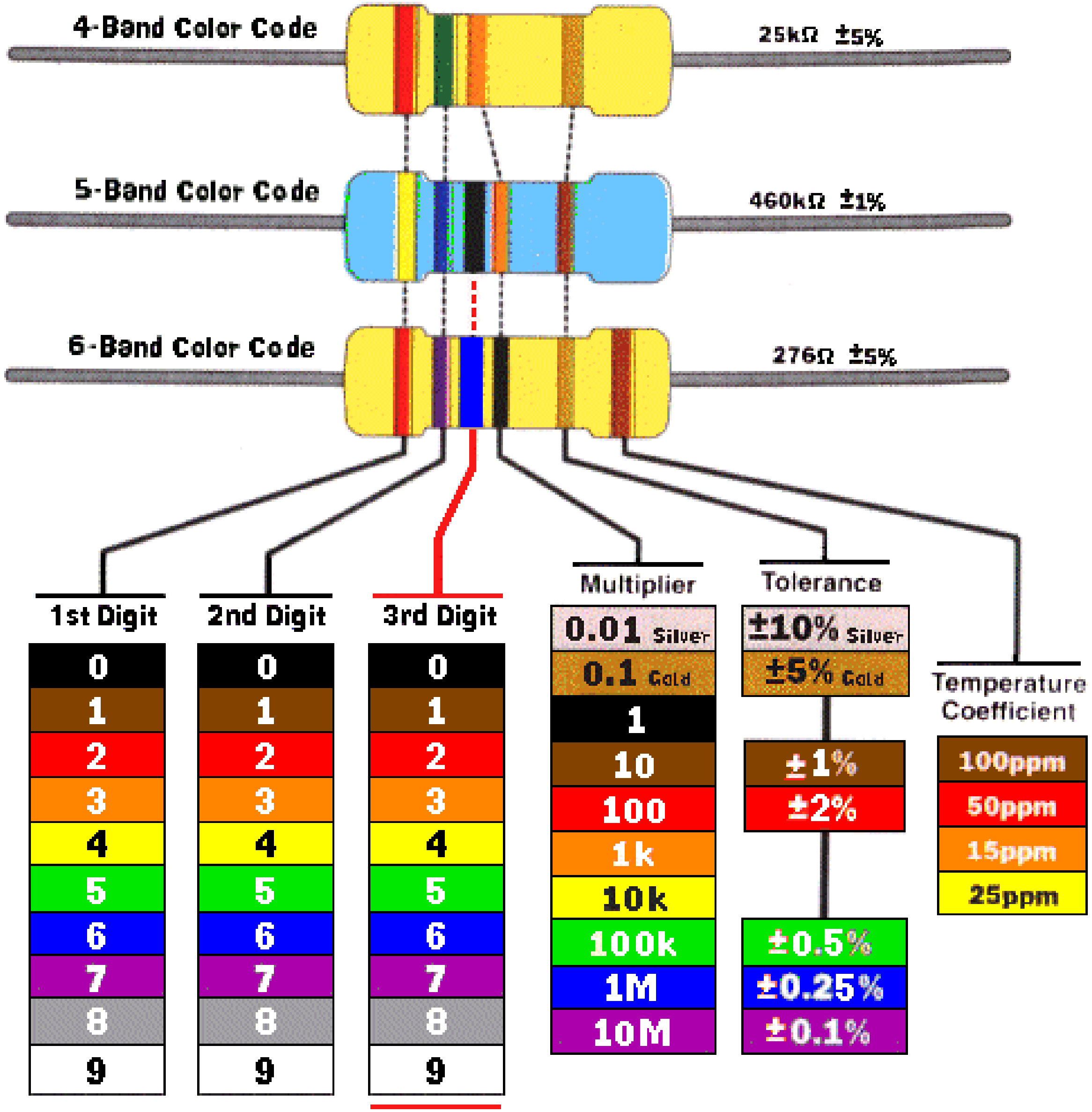
$$R_x = \left(\frac{I_{FS}}{i} - 1\right)(R_s + R_M)$$

2.7 Resistores Reais

Standard EIA Color Code Table **4 Band:** ±2%, ±5%, and ±10%



Color	1st Band (1st figure)	2nd Band (2nd figure)	3rd Band (multiplier)	4th Band (tolerance)
Black	0	0	10^0	
Brown	1	1	10^1	
Red	2	2	10^2	±2%
Orange	3	3	10^3	
Yellow	4	4	10^4	
Green	5	5	10^5	
Blue	6	6	10^6	
Violet	7	7	10^7	
Gray	8	8	10^8	
White	9	9	10^9	
Gold			10^{-1}	±5%
Silver			10^{-2}	±10%


4-Band Color Code
25kΩ ±5%
5-Band Color Code
460kΩ ±1%
6-Band Color Code
276Ω ±5%
1st Digit
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
2nd Digit
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
3rd Digit
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
Multiplier
0.01 Silver
0.1 Gold
1
10
100
1k
10k
100k
1M
10M
Tolerance
±10% Silver
±5% Gold
±1%
±2%
±0.5%
±0.25%
±0.1%
Temperature Coefficient
100ppm
50ppm
15ppm
25ppm