Problemas

3.1 Uma onda portadora de frequência 1 MHz é modulada em 50% por uma frequência senoidal de 5 kHz. O sinal AM resultante é transmitido através do circuito ressonante da Figura P3.1, que é sintonizado na frequência da portadora e tem um fator Q de 175. Determine o sinal modulado após a transmissão através desse circuito. Qual é a percentagem de modulação desse sinal modulado?

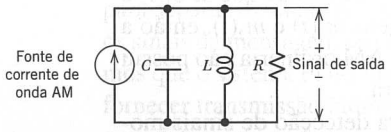


Figura P3.1

3.2 Para um diodo de junção *p-n*, a corrente i através do diodo e a tensão v sobre ele são relacionadas por

$$i = I_0\left[\exp\left(-\frac{v}{V_T}\right) - 1\right]$$

em que I_0 é a corrente saturação reversa, e V_T é o equivalente de tensão da temperatura definido por

$$V_T = \frac{kT}{e}$$

em que k é a constante de Boltzmann em joules por Kelvin, T é a temperatura absoluta em Kelvin, e e é a carga do elétron. À temperatura ambiente, V_T = 0,026 volts.

(a) Expanda i como uma série de potência em v, retendo termos até v^3.

(b) Seja

$$v = 0{,}01\cos(2\pi f_m t) + 0{,}01\cos(2\pi f_c t) \text{ volts}$$

em que f_m = 1 kHz e f_c = 100 kHz. Determine o espectro da corrente resultante i no diodo.

(c) Especifique o filtro passa-faixa requerido para extrair da corrente do diodo um sinal AM com frequência de portadora f_c.

(d) Qual é a percentagem de modulação desse sinal AM?

3.3 Suponhamos que tenhamos dispositivos não lineares para os quais a corrente de saída i_0 e a tensão de entrada v_i sejam relacionadas por

$$i_o = a_1 v_1 + a_3 v_i^3$$

em que a_1 e a_3 são constantes. Explique como esses dispositivos podem ser usados para fornecer: (a) um modulador multiplicador e (b) um modulador em amplitude.

3.4 A Figura P3.4 mostra o diagrama de circuito de um *modulador de lei quadrática*. O sinal aplicado ao dispositivo não linear é relativamente fraco, de forma que ele pode ser representado por uma lei quadrática:

$$v_2(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_1^2(t)$$

em que a_1 e a_2 são constantes, $v_1(t)$ é a tensão de entrada e $v_2(t)$ é a tensão de saída. A tensão de entrada é definida por

$$v_1(t) = A_c\cos(2\pi f_c t) + m(t)$$

em que $m(t)$ é o sinal de mensagem e $A_c\cos(2\pi f_c t)$ é a onda portadora.

(a) Avalie a tensão de saída $v_2(t)$.

(b) Especifique a resposta em frequência que o circuito sintonizado na Figura P3.4 deve satisfazer a fim de gerar um sinal AM com f_c como frequência de portadora.

(c) Qual é a sensibilidade à amplitude desse sinal AM?

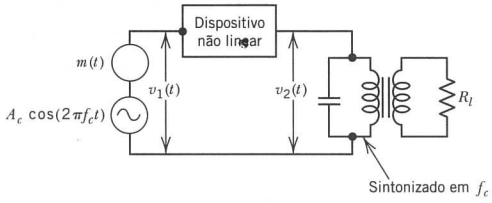


Figura P3.4

3.5 Considere o sinal AM

$$s(t) = A_c[1 + \mu\cos(2\pi f_m t)]\cos(2\pi f_c t)$$

produzido por um sinal modulante senoidal de frequência f_m. Suponha que o fator de modulação seja $\mu = 2$ e que a frequência de portadora f_c seja muito maior do que f_m. O sinal AM $s(t)$ é aplicado a um detector de envoltória ideal, produzindo a saída $v(t)$.

(a) Determine a representação de série de Fourier de $v(t)$.

(b) Qual é a razão entre a amplitude do segundo harmônico e a amplitude da fundamental em $v(t)$?

3.6 Considere um *detector de lei quadrática* que utiliza um dispositivo não linear cuja característica de transferência é definida por

$$v_2(t) = a_1 v_1(t) + a_2 v_1^2(t)$$

em que a_1 e a_2 são constantes, $v_1(t)$ é a entrada e $v_2(t)$ é a saída. A entrada consiste na onda AM

$$v_1(t) = A_c[1 + k_a m(t)]\cos(2\pi f_c t)$$

(a) Avalie a saída $v_2(t)$.

(b) Encontre as condições para as quais o sinal de mensagem $m(t)$ pode ser recuperado a partir de $v_2(t)$.

3.7 O sinal de AM

$$s(t) = A_c[1 + k_a m(t)]\cos(2\pi f_c t)$$

é aplicado ao sistema apresentado na Figura P3.7. Assumindo-se que $|k_a m(t)| < 1$ para todo t e que o sinal de mensagem $m(t)$ seja limitado ao intervalo $-W \leq f \leq W$, e que a frequência de portadora $f_c > 2W$, mostre que $m(t)$ pode ser obtida a partir da saída $v_3(t)$ do extrator de raiz quadrada.

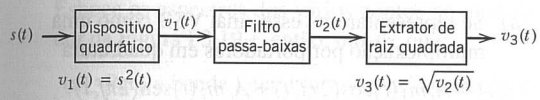


Figura P3.7

3.8 Considere um sinal de mensagem $m(t)$ com o espectro mostrado na Figura P3.8. A largura de banda da mensagem é $W = 1$ kHz. Esse sinal é aplicado a um modulador multiplicador, juntamente com a onda portadora $A_c\cos(2\pi f_c t)$, produzindo um sinal modulado DSB-SC $s(t)$. O sinal modulado é em seguida aplicado a um detector coerente. Assumindo um perfeito sincronismo entre as ondas portadoras no modulador e no detector, determine o espectro da saída do detector quando: (a) a frequência de portadora é $f_c = 1{,}25$ kHz e (b) a frequência de portadora é $f_c = 0{,}75$ kHz. Qual é a frequência de portadora mais baixa para a qual cada componente do sinal modulado $s(t)$ é determinada de maneira única por $m(t)$?

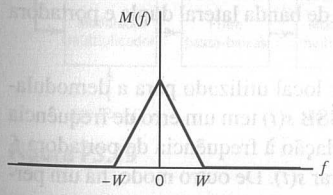


Figura P3.8

3.9 A Figura P3.9 mostra o diagrama de circuito de um *modulador balanceado*. A entrada aplicada ao modulador de AM superior é $m(t)$, ao passo que a entrada aplicada ao modulador inferior é $-m(t)$; esses dois moduladores apresentam a mesma sensibilidade à amplitude. Mostre que a saída $s(t)$ do modulador balanceado consiste em sinal modulado DSB-SC.

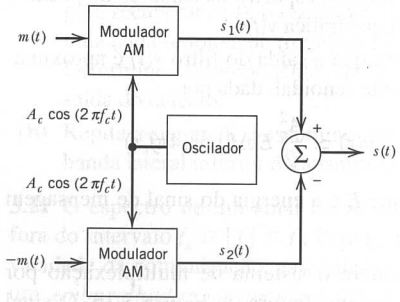


Figura P3.9

3.10 A Figura 3.10 mostra os detalhes de circuito de um modulador em anel. Assuma que os diodos são idênticos e que os transformadores estejam perfeitamente balanceados. Seja R a resistência terminal nas extremidades da saída e da entrada do modulador (assumindo-se transformadores ideais 1:1). Determine a tensão de saída do modulador para cada uma das duas condições descritas na Figura 3.10*b* e 3.10*c*. Consequentemente, mostre que essas duas tensões são iguais em magnitude e opostas em polaridade.

3.11 Um sinal modulado DSB-SC é demodulado aplicando-se ele a um detector coerente.

(a) Avalie o efeito de um erro de frequência Δf na frequência de portadora local do detector, medido em relação à frequência de portadora do sinal DSB-SC de entrada.

(b) Para o caso de uma onda modulante senoidal, mostre que, devido ao erro de frequência, o sinal demodulado exibe *batimentos* na frequência de erro. Ilustre sua resposta com um esboço desse sinal demodulado.

3.12 Considere o sinal DSB-SC

$$s(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) m(t)$$

em que $A_c \cos(2\pi f_c t)$ é a onda portadora e $m(t)$ é o sinal de mensagem. Esse sinal é modulado e aplicado a um dispositivo de lei quadrática caracterizado por

$$y(t) = s^2(t)$$

A saída $y(t)$ é em seguida aplicada a um filtro de banda estreita com uma resposta em magnitude na banda passante igual a um, frequência central $2f_c$ e largura de banda Δf. Assuma que Δf seja suficientemente pequeno para se tratar o espectro de $v(t)$ como essencialmente constante dentro da banda passante do filtro.

(a) Determine o espectro da saída do dispositivo de lei quadrática $y(t)$.

(b) Mostre que a saída do filtro $v(t)$ é aproximadamente senoidal, dada por

$$v(t) \simeq \frac{A_c^2}{2} E\,\Delta f \cos(4\pi f_c t)$$

em que E é a energia do sinal de mensagem $m(t)$.

3.13 Considere o sistema de multiplexação por portadora em quadratura da Figura 3.16. O sinal multiplexado $s(t)$ produzido na saída do transmissor na Figura 3.16*a* é aplicado a um canal de comunicação de função de transferência $H(f)$. A saída desse canal é, por sua vez, aplicada à entrada do receptor na Figura 3.16*b*. Prove que a condição

$$H(f_c + f) = H^*(f_c - f), \qquad 0 \le f \le W$$

é necessária para a recuperação dos sinais de mensagem $m_1(t)$ e $m_2(t)$ nas saídas do receptor; f_c é a frequência de portadora e W é a largura de banda da mensagem. *Dica*: Avalie os espectros das duas saídas do receptor.

3.14 Suponha que no receptor do sistema de multiplexação por portadoras em quadratura da Figura 3.16 a portadora local disponível para demodulação tenha um erro de fase ϕ em relação à fonte de portadora utilizada no transmissor. Assumindo um canal de comunicação sem distorção entre o transmissor e o receptor, mostre que esse erro de fase fará com que surja uma linha cruzada entre os dois sinais demodulados na saída do receptor. Por linha cruzada, queremos dizer que parte de um sinal de mensagem aparece na saída de receptor pertencente ao outro sinal de mensagem, e vice-versa.

3.15 Uma certa versão de *AM estéreo* usa multiplexação em quadratura. Especificamente, a portadora $A_c\cos(2\pi f_c t)$ é utilizada para modular o sinal soma

$$m_1(t) = V_0 + m_l(t) + m_r(t)$$

em que V_0 é um deslocamento de nível DC incluído com a finalidade de transmitir a componente de portadora, m_l(t) é o sinal de áudio esquerdo e $m_r(t)$ é o sinal de áudio direito. A portadora em quadratura $A_c\text{sen}(2\pi f_c t)$ é usada para modular o sinal de diferença

$$m_2(t) = m_l(t) - m_r(t)$$

(a) Mostre que um detector de envoltória pode ser utilizado para recuperar a soma $m_r(t) + m_l(t)$ do sinal multiplexado em quadratura. Como a distorção de sinal produzida pelo detector de envoltória pode ser minimizada?

(b) Mostre que um detector coerente pode recuperar a diferença $m_l(t) - m_r(t)$.

(c) Como os sinais desejados $m_l(t)$ e $m_r(t)$ são finalmente obtidos?

3.16 O sinal modulante de tom único $m(t) = A_m\cos(2\pi f_m t)$ é utilizado para gerar o sinal VSB

$$s(t) = \frac{1}{2} a A_m A_c \cos[2\pi(f_c + f_m)t] + \frac{1}{2} A_m A_c (1 - a)\cos[2\pi(f_c - f_m)t]$$

em que a é uma constante menor que unidade representando a atenuação da frequência lateral superior.

(a) Se representarmos esse sinal VSB como uma multiplexação por portadoras em quadratura

$$s(t) = A_c m_1(t)\cos(2\pi f_c t) + A_c m_2(t)\text{sen}(2\pi f_c t)$$

o que é $m_2(t)$?

(b) O sinal VSB, mais a portadora $A_c\cos(2\pi f_c t)$ passa através de um detector de envoltória. Determine a distorção produzida pela componente em quadratura $m_2(t)$.

(c) Qual é o valor da constante a para o qual a distorção alcança a sua pior condição possível?

3.17 Usando o sinal de mensagem

$$m(t) = \frac{1}{1 + t^2}$$

determine e esboce as ondas moduladas para os seguintes métodos de modulação:

(a) Modulação em amplitude com 50% de modulação.

(b) Modulação de banda lateral dupla e portadora suprimida.

3.18 O oscilador local utilizado para a demodulação de um sinal SSB $s(t)$ tem um erro de frequência Δf medido em relação à frequência de portadora f_c utilizada para gerar $s(t)$. De outro modo, há um perfeito sincronismo entre o oscilador no receptor e o

oscilador que fornece a onda portadora no transmissor. Avalie o sinal demodulado para as duas situações seguintes:

(a) O sinal SSB $s(t)$ consiste somente na banda lateral superior.

(b) O sinal SSB $s(t)$ consiste somente na banda lateral inferior.

3.19 A Figura P3.19 mostra o diagrama de blocos do *método de Weaver* para a geração de ondas moduladas SSB. O sinal de mensagem (modulante) $m(t)$ é limitado à banda de frequência $f_a \leq |f| \leq f_b$. A portadora auxiliar aplicada ao primeiro par de moduladores multiplicadores tem um frequência f_0, a qual se situa no centro dessa banda, como mostrado por

$$f_0 = \frac{f_a + f_b}{2}$$

Os filtros passa-baixas nos ramos superior e inferior são idênticos, cada um com uma frequência de corte igual a $(f_b - f_a)/2$. A portadora aplicada ao segundo par de moduladores multiplicadores tem uma frequência f_c que é maior do que $(f_b - f_a)/2$. Esboce os espectros dos vários pontos no modulador da Figura P3.19 e, então, mostre que:

(a) Para a banda lateral inferior, as contribuições dos ramos superior e inferior são de polaridade oposta, e ao somá-las na saída do modulador, a banda lateral inferior é suprimida.

(b) Para a banda lateral superior, as contribuições dos ramos superior e inferior são de mesma polaridade, e ao somá-las, a banda lateral superior é transmitida.

(c) Como você modificaria o modulador da Figura P3.19 a fim de que somente a banda lateral inferior fosse transmitida?

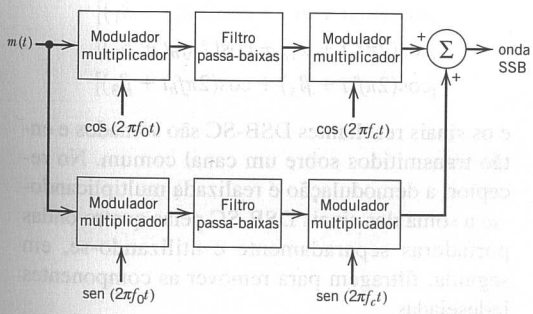


Figura P3.19

3.20

(a) Considere um sinal de mensagem $m(t)$ que contenha componentes de frequência em 100, 200 e 400 Hz. Esse sinal é aplicado a um modulador SSB juntamente com uma portadora em 100 kHz, com apenas a banda lateral superior retida. No detector coerente utilizado para recuperar $m(t)$, o oscilador local fornece uma onda senoidal de frequência 100,02 kHz. Determine as componentes de frequência da saída do detector.

(b) Repita a sua análise assumindo apenas que a banda lateral inferior é transmitida.

3.21 O espectro de um sinal de voz $m(t)$ é zero fora do intervalo $f_a \leq |f| \leq f_b$. Para garantir a privacidade da comunicação, esse sinal é aplicado a um *embaralhador* (*scrambler*) que consiste na seguinte cascata de componentes: um modulador multiplicador, um filtro passa-altas, um segundo modulador multiplicador e um filtro passa-baixas. A onda portadora aplicada ao primeiro modulador multiplicador tem uma frequência igual a f_c, ao passo que a onda portadora aplicada ao segundo modulador multiplicador tem uma frequência igual a $f_b + f_c$; ambas têm amplitude unitária. Os filtros passa-baixas e passa-altas têm a mesma frequência de corte em f_c. Assuma que $f_c > f_b$.

(a) Derive uma expressão para a saída do embaralhador $s(t)$, e esboce o seu espectro.

(b) Mostre que o sinal de voz original $m(t)$ pode ser recuperado a partir de $s(t)$ utilizando-se um embaralhador que é idêntico à unidade descrita acima.

3.22 Um método que é utilizado para recuperação de portadora em sistemas de modulação SSB envolve a transmissão de duas frequências piloto que são apropriadamente posicionadas em relação à banda lateral transmitida. Isso é ilustrado na Figura P3.22*a* para o caso quando apenas a banda lateral inferior é transmitida. Nesse caso, as frequências piloto f_1 e f_2 são definidas por

$$f_1 = f_c - W - \Delta f$$

e

$$f_2 = f_c + \Delta f$$

em que f_c é a frequência de portadora e W é a largura de banda da mensagem. O Δf é escolhido de modo a satisfazer a relação

$$n = \frac{W}{\Delta f}$$

em que n é um inteiro. A recuperação da portadora é realizada utilizando-se o esquema mostrado na Figura P3.22*b*. As saídas dos filtros de banda estreita centrados em f_1 e f_2 são definidas por, respectivamente,

$$v_1(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \phi_1)$$

e

$$v_2(t) = A_2 \cos(2\pi f_2 t + \phi_2)$$

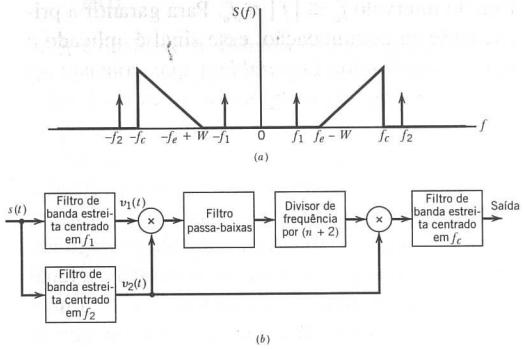


Figura P3.22

O filtro passa-baixas é projetado para selecionar a componente de diferença de frequências da saída do primeiro multiplicador em virtude de $v_1(t)$ e $v_2(t)$.

(a) Mostre que o sinal de saída do circuito na Figura 3.22*b* é proporcional à onda portadora $A_c\cos(2\pi f_c t)$ se os ângulos de fase ϕ_1 e ϕ_2 satisfizerem a relação

$$\phi_2 = -\frac{\phi_1}{1+n}$$

(b) Para o caso quando apenas a banda lateral superior é transmitida, as duas frequências piloto são definidas por

$$f_1 = f_c - \Delta f$$

e

$$f_2 = f_c + W + \Delta f$$

Como você modificaria o circuito de recuperação de portadora a fim de lidar com esse caso? Qual é a relação correspondente entre ϕ_1 e ϕ_2 para a saída do circuito ser proporcional à onda portadora?

3.23 A Figura P3.23 mostra o diagrama de blocos de um *sintetizador de frequências*, que possibilita a geração de muitas frequências, cada uma com a mesma alta acurácia que a do *oscilador mestre*. O oscilador mestre de frequência 1 MHz alimenta *dois geradores de espectro*, um diretamente e o outro através de um *divisor de frequência*. O espectro de gerador 1 produz um sinal rico nos seguintes harmônicos: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 MHz. O divisor de frequência provê uma saída de 100 kHz, em resposta a que o gerador de espectro 2 produz um segundo sinal rico nos seguintes harmônicos: 100, 200, 300, 400, 500, 600, 700, 800 e 900 kHz. Os seletores de harmônicos são projetados para alimentarem o misturador com dois sinais, um do gerador de espectro 1 e outro do gerador de espectro 2. Encontre a faixa de possíveis frequências de saída desse sintetizador e a sua resolução.

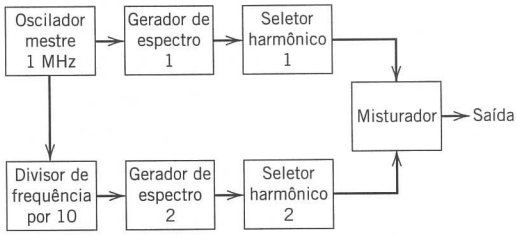


Figura P3.23

3.24 Considere um sistema de multiplexação em que quatro sinais de entrada $m_1(t)$, $m_2(t)$, $m_3(t)$ e $m_4(t)$ são respectivamente multiplicados pelas ondas portadoras

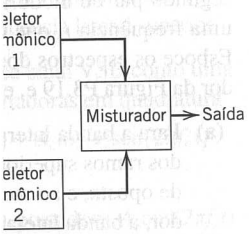
$$[\cos(2\pi f_a t) + \cos(2\pi f_b t)]$$
$$[\cos(2\pi f_a t + \alpha_1) + \cos(2\pi f_b t + \beta_1)]$$
$$[\cos(2\pi f_a t + \alpha_2) + \cos(2\pi f_b t + \beta_2)]$$
$$[\cos(2\pi f_a t + \beta_3) + \cos(2\pi f_b t + \beta_3)]$$

e os sinais resultantes DSB-SC são somados e então transmitidos sobre um canal comum. No receptor, a demodulação é realizada multiplicando-se a soma dos sinais DSB-SC pelas quatro ondas portadoras separadamente e utilizando-se, em seguida, filtragem para remover as componentes indesejadas.

(a) Determine as condições que os ângulos de fase $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ e $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ devem satisfazer a fim

circuito ser proporcio-

ı o diagrama de blocos
ências, que possibilita
ências, cada uma com
a do *oscilador mestre*.
ıência 1 MHz alimenta
um diretamente e o ou-
frequência. O espectro
inal rico nos seguintes
5, 7, 8 e 9 MHz. O di-
ıma saída de 100 kHz,
ır de espectro 2 produz
seguintes harmônicos:
)0, 700, 800 e 900 kHz.
os são projetados para
com dois sinais, um do
ro do gerador de espec-
ossíveis frequências de
sua resolução.



ıa de multiplexação em
ıda $m_1(t)$, $m_2(t)$, $m_3(t)$ e
multiplicados pelas on-

$2\pi f_b t)]$
$\cos(2\pi f_b t + \beta_1)]$
$\cos(2\pi f_b t + \beta_2)]$
$\cos(2\pi f_b t + \beta_3)]$

B-SC são somados e en-
n canal comum. No re-
realizada multiplicando-
B-SC pelas quatro ondas
ıte e utilizando-se, em
emover as componentes

ições que os ângulos de
β_3 devem satisfazer a fim

de que a saída do k-ésimo demodulador seja $m_k(t)$, em que $k = 1, 2, 3, 4$.

(b) Determine a separação mínima das frequências de portadora f_a e f_b em relação à largura de banda dos sinais de entrada a fim de garantir uma operação satisfatória do sistema.

Problemas computacionais

3.25 Neste experimento computacional, simularemos a modulação e a demodulação de uma onda AM.

(a) Desenvolva um código em Matlab para simular a modulação de uma portadora de 20 kHz com uma onda modulante de 0,4 kHz. Utilize um índice de modulação de 50% e uma taxa de amostragem de 160 kHz.

(b) Assume-se que um detector de envoltória tenha uma resistência r_f de 25 Ω e uma capacitância de 0,01 μF. A resistência da fonte é de 75 Ω e a resistência da carga é de 10 kΩ.

(i) Qual é a constante de tempo de carregamento? Compare essa constante de tempo a um período da onda modulante, e comente sobre quão bem ela rastreia a envoltória.

(ii) Qual é a constante de tempo de descarga do capacitor? Compare-a ao período da onda portadora. Utilizando uma aproximação linear, qual fração da tensão do capacitor decai durante um período de amostragem?

(iii) Com base nesses resultados, justifique o seguinte modelo amostrado de um detector de envoltória.

```
Vc(1) = 0;                % tensão inicial do capacitor
for i = 2: length(s)
  if s(i) > Vc(i − 1) % diodo ativo
    Vc(i) = s(i);
  else                    % diodo inativo
    Vc(i) = Vc(i − 1) − 0:023 *Vc(i − 1);
  end
end
```

(iv) Aplique o detector de envoltória ao sinal modulado.

(c) A saída de detector de envoltória é aplicada a um filtro RC de ganho unitário com constante de tempo de 1 ms. Desenvolva um modelo de resposta ao impulso truncada de tempo discreto para esse filtro. Aplique esse modelo de filtro à saída do detector de envoltória. Comente os resultados.

Problemas

4.1 Esboce as ondas PM e FM produzidas pela onda dente de serra mostrada na Figura P4.1.

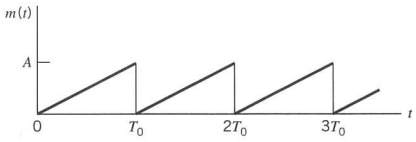


Figura P4.1

4.2 Em um *radar modulado em frequência*, a frequência instantânea da portadora transmitida varia como na Figura P4.2, a qual é obtida utilizando-se um sinal transmitido triangular. A frequência instantânea do sinal de eco recebido é mostrada em tracejado na Figura P4.2, na qual τ é o tempo de retardo no percurso de ida e volta. Os sinais de eco transmitidos e recebidos são aplicados a um misturador, e a componente de frequência diferença é retida. Assumindo que $f_0\tau \ll 1$, determine o número de ciclos de batimento na saída do misturador, com sua média calculada ao longo de um segundo, em termos do desvio máximo Δf da frequência de portadora, do retardo τ e da frequência de repetição f_0 do sinal transmitido.

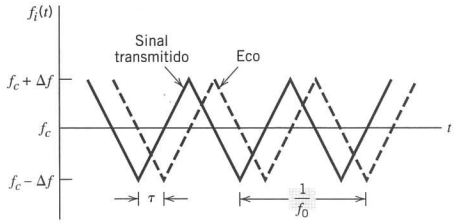


Figura P4.2

4.3 A frequência instantânea de uma onda senoidal é igual $f_c - \Delta f$ para $|t| \leq T/2$ e f_c para $|t| > T/2$. Determine o espectro dessa onda modulada em frequência. *Dica*: divida o intervalo de tempo de interesse em três regiões: $-\infty < t < -T/2$, $-T/2 \leq t \leq T/2$ e $T/2 < t < \infty$.

4.4 Considere um sinal FM de banda estreita definido aproximadamente por

$$s(t) \simeq A_c \cos(2\pi f_c t) - \beta A_c \operatorname{sen}(2\pi f_c t)\operatorname{sen}(2\pi f_m t)$$

(a) Determine a envoltória desse sinal modulado. Qual é a relação dos valores máximo e mínimo dessa envoltória? Plote essa relação *versus* β, supondo que β seja restrito ao intervalo $0 \leq \beta \leq 0{,}3$.

(b) Determine a potência média do sinal FM de banda estreita, expresso como uma porcentagem da potência média da onda portadora não modulada. Plote esse resultado *versus* β, supondo que β seja restrito ao intervalo $0 \leq \beta \leq 0{,}3$.

(c) Expandindo o ângulo $\theta_i(t)$ do sinal FM de banda estreita $s(t)$ na forma de uma série de potências, e restringindo o índice de modulação β ao valor máximo de 0,3 radianos, mostre que

$$\theta_i(t) \simeq 2\pi f_c t + \beta \operatorname{sen}(2\pi f_m t) - \frac{\beta^3}{3}\operatorname{sen}^3(2\pi f_m t)$$

Qual é o valor da distorção harmônica para $\beta = 0{,}3$?

4.5 A onda modulante senoidal

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

é a aplicada ao modulador de fase com sensibilidade à fase k_p. A onda portadora não modulada tem frequência f_c e amplitude A_c.

(a) Determine o espectro do sinal modulado em fase resultante, assumindo que o desvio de fase máximo $\beta_p = k_p A_m$ não exceda 0,3 radianos.

(b) Construa o diagrama fasorial para esse sinal modulado, e o compare com o diagrama do sinal FM de banda estreita correspondente.

4.6 Suponha que o sinal modulado em fase do Problema 4.5 tenha um valor arbitrário para o desvio de fase máximo β_p. Esse sinal modulado é aplicado a um filtro passa-faixa ideal com frequência de banda média f_c e uma banda passante que se estende de $f_c - 1{,}5f_m$ até $f_c + 1{,}5f_m$. Determine a envoltória, a fase e a frequência instantânea do sinal modulado na saída do filtro como funções do tempo.

4.7 Na seção 4.3, mostramos como a saída de um modulador de banda estreita pode ser aproximada quando a entrada é um tom de frequência f_m. Utilizando uma abordagem similar, derive uma aproximação para a saída do modulador em fase com entrada $m(t)$, sob a condição de que $\max\{|m(t)|\} < 0{,}3$ radianos e $k_p = 1$. Qual é o espectro aproximado desse sinal modulado em fase?

4.8 Uma onda portadora é modulada em frequência utilizando-se um sinal senoidal de frequência f_m e amplitude A_m.

(a) Determine os valores do índice de modulação β para os quais a componente portadora do sinal FM é reduzida a zero. Ver o Apêndice para o cálculo de $J_0(\beta)$.

(b) Em um certo experimento conduzido com $f_m = 1$ kHz e A_m crescente (começando de 0 volts), verifica-se que a componente portadora do sinal f_m é reduzida a zero pela primeira vez quando $A_m = 2$ volts. Qual é a sensibilidade à frequência do modulador? Qual é o valor de A_m para o qual a componente portadora é reduzida a zero pela segunda vez?

4.9 Um sinal FM com índice de modulação $\beta = 1$ é transmitido através de um filtro passa-faixa ideal com frequência de banda média f_c e largura de banda $5f_m$, em que f_c é a frequência de portadora e f_m é a frequência da onda modulante senoidal. Determine o espectro de magnitude da saída do filtro.

4.10 Uma onda portadora de frequência 100 MHz é modulada em frequência por uma onda senoidal de amplitude 20 volts e frequência 100 kHz. A sensibilidade à frequência do modulador é de 25 kHz por volt.

(a) Determine a largura de banda aproximada do sinal FM utilizando a regra de Carson.

(b) Determine a largura de banda quando se transmitem somente as frequências laterais cujas amplitudes excedam 1% da amplitude de portadora não modulada. Utilize a curva universal da Figura 4.9 para esse cálculo.

(c) Repita seus cálculos assumindo que a amplitude do sinal modulante seja dobrada.

(d) Repita seus cálculos assumindo que a frequência de modulação seja dobrada.

4.11 Considere um sinal PM de banda larga produzido por uma onda modulante senoidal $A_m\cos(2\pi f_m t)$, utilizando um modulador com uma sensibilidade à fase igual a k_p radianos por volt.

(a) Mostre que se o desvio de fase máximo for grande em comparação com um radiano, a largura de banda do sinal PM variará linearmente com a frequência de modulação f_m.

(b) Compare essa característica de um sinal PM de banda larga com a de um sinal FM de banda larga.

4.12 A Figura P4.12 mostra o diagrama de blocos de um *analisador espectral* de tempo real que trabalha baseado nos princípios de modulação em frequência. O sinal dado $g(t)$ e um sinal modulado em frequência $s(t)$ são aplicados a um multiplicador e a saída $g(t)s(t)$ é aplicada a um filtro de resposta ao impulso $h(t)$. Tanto $s(t)$ quanto $h(t)$ são *sinais FM lineares* cujas frequências instantâneas variam com taxas opostas, como mostrado por

$$s(t) = \cos(2\pi f_c t - \pi k t^2),$$
$$h(t) = \cos(2\pi f_c t + \pi k t^2)$$

em que k é uma constante. Mostre que a envoltória da saída do filtro é proporcional ao espectro de magnitude do sinal de entrada $g(t)$ com kt exercendo o papel da frequência f. *Dica*: Utilize a notação complexa descrita no Capítulo 2 para a análise de sinais passa-faixa e filtros passa-faixa.

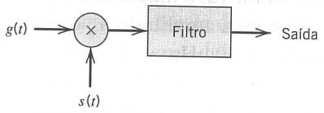


Figura P4.12

4.13 Um sinal FM com desvio de frequência de 10 kHz em uma frequência de modulação de 5 kHz é aplicado a dois multiplicadores de frequência conectados em cascata. O primeiro multiplicador dobra a frequência e o segundo multiplicador triplica a frequência. Determine o desvio de frequência e o índice de modulação do sinal FM obtido na saída do segundo multiplicador. Qual é a frequência de separação das frequências laterais adjacentes desse sinal FM?

4.14 Um sinal FM é aplicado a um dispositivo de lei quadrática com tensão de saída v_2 relacionada com a tensão de entrada v_1 por

$$v_2 = a v_1^2$$

em que a é uma constante. Explique como tal dispositivo pode ser utilizado para se obter um sinal FM com um maior desvio de frequência do que o disponível na entrada.

4.15 A Figura P4.15 mostra a rede que determina a frequência de um oscilador controlado por tensão. A modulação em frequência é produzida aplicando-se o sinal modulante $A_m\text{sen}(2\pi f_m t)$ mais um termo de polarização V_b a um par de diodos varactores conectados ao lado da combinação em paralelo de um in-

dutor de 200 μH e um capacitor de 100 pF. O capacitor de cada diodo varactor se relaciona com a tensão V (em volts) aplicada sobre seus eletrodos por

$$C = 100V^{-1/2}\text{pF}$$

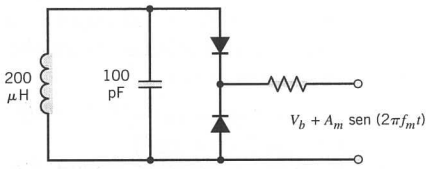


Figura P4.15

A frequência não modulada de oscilação é 1 MHz. A saída do VCO é aplicada a um multiplicador de frequência para produzir um sinal FM com frequência de portadora de 64 MHz e um índice de modulação de 5. Determine (a) a magnitude da tensão de polarização V_b e (b) a amplitude A_m da onda modulante, dado que f_m = 10 kHz.

4.16 O sinal FM

$$s(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + 2\pi k_f \int_0^t m(t)\, dt\right]$$

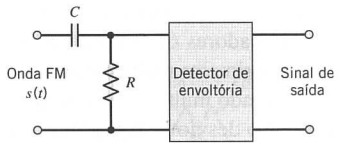


Figura P4.16

é aplicado ao sistema mostrado na Figura P4.16 que consiste em um filtro RC passa-altas e um detector de envoltória. Assuma que (a) a resistência R é pequena comparada com a reatância do capacitor C para todas as componentes de frequência significativas de $s(t)$ e que (b) o detector de envoltória não carrega o filtro. Determine o sinal resultante na saída do detector de envoltória, assumindo que $k_f|m(t)| < f_c$ para todo t.

4.17 No discriminador de frequências da Figura 4.14, seja $2kB$ a frequência de separação entre as frequências ressonantes dos dois filtros LC sintonizados em paralelo, em que $2B$ é a largura de banda de 3 dB de cada filtro e k é um fator de escala. Assuma que ambos os filtros possuem um alto fator Q.

(a) Mostre que a resposta total de ambos os filtros possui uma inclinação igual a $2k/B(1+k^2)^{3/2}$ na frequência central f_c.

(b) Seja D o desvio da resposta total medido em relação à linha reta que passa por $f = f_c$ com essa inclinação. Plote D *versus* δ para k = 1,5 e $-kB \leq \delta \leq kB$, em que $\delta = f - f_c$.

4.18 Considere o esquema de demodulação em frequência mostrado na Figura P4.18 em que o sinal FM $s(t)$ que chega passa por uma linha de atraso que produz um deslocamento de fase de $\pi/2$ radianos na frequência de portadora f_c. A saída da linha de atraso é subtraída do sinal FM que chega, e o sinal composto resultante passa por uma detecção de envoltória. Aplicações desse demodulador são encontradas na demodulação de sinais FM de micro-ondas. Assumindo que

$$s(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \beta \operatorname{sen}(2\pi f_m t)\right]$$

analise a operação desse modulador quando o índice de modulação β for menor do que a unidade, e o atraso T produzido pela linha de atraso for suficientemente pequeno para que se justifiquem as aproximações

$$\cos(2\pi f_m T) \simeq 1$$

e

$$\operatorname{sen}(2\pi f_m T) \simeq 2\pi f_m T$$

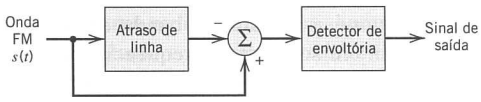


Figura P4.18

4.19 A Figura P4.19 mostra o diagrama de blocos de um *detector de cruzamentos em zero* para demodular um sinal FM. Ele consiste em um limitador, um gerador de pulsos para produzir um pulso curto para cada cruzamento em zero do sinal de entrada, e um filtro passa-baixas para extrair a onda modulante.

(a) Mostre que a frequência instantânea do sinal FM de entrada é proporcional ao número de cruzamentos em zero no intervalo de tempo de $t - (T_1/2)$ até $t + (T_1/2)$, dividido por T_1. Assuma que o sinal modulante é essencialmente constante durante esse intervalo de tempo.

(b) Ilustre a operação desse demodulador utilizando a onda dente de serra da Figura P4.1 como a onda modulante.

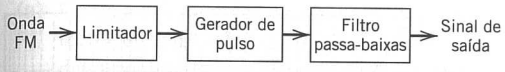


Figura P4.19

4.20 Suponha que o sinal recebido em um sistema FM contenha alguma modulação em amplitude residual de amplitude positiva $a(t)$, como mostrado por

$$s(t) = a(t)\cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

em que f_c é a frequência de portadora. A fase $\phi(t)$ se relaciona com o sinal modulante por

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_0^t m(\tau)\, d\tau$$

em que k_f é uma constante. Assuma que o sinal $s(t)$ seja restrito à banda de frequência de largura B_T, centrada em f_c, em que B_T é a largura de banda de transmissão do sinal FM na ausência de modulação em amplitude, e que a modulação em amplitude varia lentamente em relação a $\phi(t)$. Mostre que a saída de um discriminador de frequências ideal produzida por $s(t)$ é proporcional a $a(t)m(t)$. *Dica*: Utilize a notação complexa descrita no Capítulo 2 para representar a onda modulada $s(t)$.

4.21

(a) Seja a onda modulada $s(t)$ no Problema 4.20 aplicada a um *limitador* de amplitude ideal, cuja saída $z(t)$ é definida por

$$z(t) = \operatorname{sgn}[s(t)] = \begin{cases} +1, & s(t) > 0 \\ -1, & s(t) < 0 \end{cases}$$

Mostre que a saída do limitador pode ser expressa na forma de uma série de Fourier como se segue:

$$z(t) = \frac{4}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}\cos[2\pi f_c t(2n+1) + (2n+1)\phi(t)]$$

(b) Suponha que a saída do limitador seja aplicada a um filtro passa-faixa com uma resposta em magnitude de um na banda passante e largura de banda B_T centrada em torno da frequência de portadora f_c, em que BT é a largura de banda de transmissão do sinal FM na ausência de modulação em amplitude. Assumindo que f_c seja muito maior do que B_T, mostre que a saída do filtro resultante é igual a

$$y(t) = \frac{4}{\pi}\cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

Comparando essa saída com o sinal modulado original $s(t)$ definido no Problema 4.20, comente sobre a utilidade prática do resultado.

4.22 Neste problema, estudaremos a ideia de mistura (*mixing*) em um receptor super-heteródino. Para sermos específicos, consideremos o diagrama de blocos do *misturador* mostrado na Figura P4.22 que consiste em um modulador multiplicador com um oscilador local de *frequência variável* f_l, seguido por um filtro passa-faixa. O sinal de entrada é uma onda AM de largura de banda 10 kHz e a frequência de portadora que pode estar em qualquer lugar dentro da faixa 0,535-1,605 MHz; esses parâmetros são típicos de transmissão de rádio AM. É necessário transladar esse sinal para uma banda de frequência centrada em uma *frequência intermediária* (FI) fixa de 0,455 MHz. Encontre a faixa de sintonia que deve ser provida no oscilador local a fim de satisfazer essa exigência.

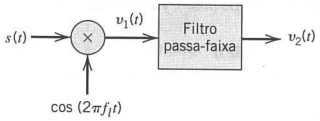


Figura P4.22

4.23 A Figura P4.23 mostra o diagrama de blocos de um *analisador de espectro super-heteródino*. Ele consiste em um oscilador de frequência variável, um multiplicador, um filtro passa-faixa e um medidor de valor quadrático médio (*rms*). O oscilador tem uma amplitude A e opera sobre a faixa de f_0 até $f_0 + W$, em que f_0 é a frequência de banda média do filtro e W é a largura de banda do sinal. Assuma que $f_0 = 2W$, que a largura de banda do filtro Δf seja pequena em relação a f_0, e que a resposta em magnitude da banda passante do filtro é igual a um. Determine o valor da saída do medidor de *rms* para um sinal de entrada passa-baixas $g(t)$.

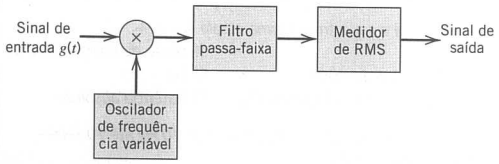


Figura P4.23

4.24 Qual é a descrição analítica do espectro de magnitude correspondente ao pulso Gaussiano do Exemplo Temático na Seção 4.7? Justifique sua reposta.

4.25 Quais são a regra de Carson e a largura de banda FM de 1% para GSM? Justifique sua resposta.

Problemas computacionais

4.26 Neste problema, simulamos o espectro produzido por um modulador FM com entrada $A_m \text{sen}(2\pi f_m t)$. Sugere-se que o seguinte *script* em Matlab seja utilizado para simular o modulador FM.

```
fc    = 100;                      % Frequência de portadora (kHz)
Fs    = 1024;                     % Taxa de amostragem (kHz)
fm    = 1;                        % Frequência modulante (kHz)
Ts    = 1/Fs;                     % Período de amostragem (ms)
t     = [0:Ts:120];               % Período de observação (ms)
m     = cos(2*pi*fm*t);           % Sinal modulante
beta  = 1.0;                      % Índice de modulação
theta = 2*pi*fc*t+ 2*pi*beta*     % Sinal integrado
        cumsum(m)*Ts;
s       = cos(theta);
FFTsize = 4096;
S       = spectrum(s,FFTsize);
Freq = [0:Fs/FFTsize:Fs/2];
subplot(2,1,1), plot(t,s), xlabel('Tempo (ms)'), ylabel('Amplitude');
axis([0 0.5 -1.5 1.5]), grid on
subplot(2,1,2), stem(Freq,sqrt(S/682))
xlabel('Frequência (kHz)'), ylabel('Espectro de Magnitude');
axis([95 105 0 1), grid on
```

(a) Para os índices de modulação de 1, 2, 5 e 10, determine a potência nos harmônicos da frequência modulante em torno da portadora (ignore os lóbulos laterais). Quantas frequências laterais são requeridas para 90% da potência em cada caso?

(b) Para qual índice de modulação mínimo a potência na frequência de portadora é reduzida a zero?

4.27 Utilize o seguinte *script* em Matlab para estimar numericamente o erro de fase *rms* para um sinal que tenha o espectro da Figura 4.5.

```
%—Espectro de ruído de fase unilateral
f     = [1 10 100 1000 10000];    % Hz
SdB = [-30 -40 -50 -65 -70];      % Espectro (dBc)

%—interpola o espectro em uma escala linear—
del_f = 1;                        % passo de integração (Hz)
f1 = [10: del_f: 10000];          % Hz
S1 = interp1(f, 10.^(SdB/10), f1);  % Potência absoluta

%—Integra numericamente (Riemann) de 10 Hz até 10 kHz—
Int_S = sum(S1)* del_f;
Theta_rms = sqrt(Int_S);          % em radianos
Theta_rms = Theta_rms*180/pi      % em graus
```

Repita para o espectro de fase da Figura P4.27 em que a faixa de frequências de interesse é de 100 Hz até 1MHz.

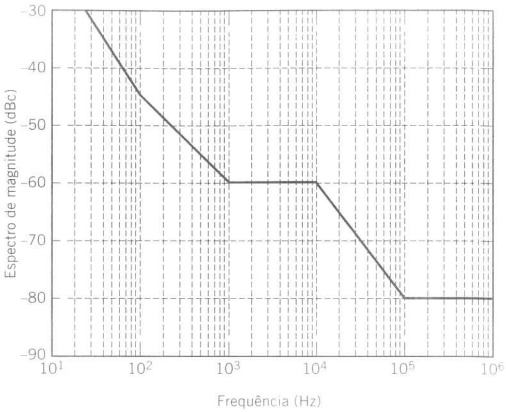


Figura P4.27

4.28 Neste problema, simularemos o comportamento de um discriminador FM. Utilize o modulador FM do Problema 4.26 para gerar um sinal de teste e utilize o seguinte *script* em Matlab para realizar a detecção do discriminador. Isso requererá a utilização do detector de envoltória do Problema 3.25.

```
fc = 100;                         %kHz
Fs = 1024;                        % kHz
Ts = 1/Fs;
  t = [0:Ts:10*Ts];

%— Diferenciador FIR (Fs = 1024 kHz. BT/2 = 10 khz) —
FIRdiff = [1.60385 0.0 0.0 0.0 -0.0 0.0 0.0 -0.0 -0.0 -0.0
  -1.60385];
BP_diff = FIRdiff * exp(j*2*pi*fc*t);

%— Filtro de Butterworth Passa-baixas FIR = 1024 kHz, f3dB =
  5 kHz —
LPF_B = 1E-4*[0.0706   0.2117   0.2117   0.0706];
LPF_A = [1.0000   -2.9223   2.8476   -0.9252];

D1 = filter(BP_diff, 1, S);       % Discriminador passa-faixa
D2 = EnvDetect(D1);               % Detecção de envoltória
D3 = filter(LPF_B,LPF_A, D2);     % Filtragem passa-baixas
```

(a) Quais são as diferenças observadas entre o sinal detectado e o sinal original? Por quê?

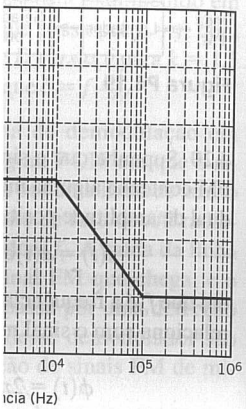
(b) Modifique o sinal modulante para o seguinte

$$s(t) = \text{sen}(2\pi f_m t) + 0{,}5\cos(2\pi f_m t/3)$$

Observa-se alguma diferença entre o sinal detectado e o original?

(c) Conforme a frequência modulante aumenta, quando aparece distorção na saída? Por quê?

fase da Figura P4.27 em
de interesse é de 100 Hz



aremos o comportamen-
M. Utilize o modulador
gerar um sinal de teste
n Matlab para realizar a
Isso requererá a utiliza-
n do Problema 3.25.

```
%kHz
% kHz

Hz. BT/2 = 10 khz)—
).0 0.0 0.0 −0.0 −0.0 −0.0
:
as FIR = 1024 kHz, f3dB =

0.2117   0.0706];
476   −0.9252];

% Discriminador passa-faixa
% Detecção de envoltória
% Filtragem passa-baixas
```

s observadas entre o si-
original? Por quê?
ulante para o seguinte
$,5\cos(2\pi f_m t/3)$
rença entre o sinal de-
n modulante aumenta,
ão na saída? Por quê?

4.29 O seguinte *script* em Matlab é um modelo digital para simular o comportamento de um PLL. Para esse modelo, faça o seguinte:

(a) Compare os modelos de simulação para o detector de fase, o VCO e o filtro com os modelos analíticos apresentados no texto. Justifique a aproximação digital.

(b) Como o comportamento muda se modificarmos o ganho k_v do VCO? Como o sincronismo temporal é afetado?

(c) Se o filtro for substituído por um controlador proporcional simples, como o comportamento será afetado?

(d) Qual é a frequência modulante máxima para a qual o PLL rastreia o sinal?

(e) Se o detector de fase for substituído pelo operador de multiplicação $s(t)r(t)$, como o PLL se comportará? Por quê?

```
fc = 100;                  % frequência de portadora (kHz)
fm = 1;                    % frequência de modulação do sinal (kHz)
Fs = 32*fc;                % taxa de amostragem (kHz)
Ts = 1/Fs;                 % período de amostragem (ms)
  t = [0:Ts:5];            % período de observação (ms)
Ac = 1; Av = 1;            % amplitudes de saída do modulador FM
                             e do VCO
kf = 10; kv = 20;          % sensibilidades à frequência do modulador
                             FM e do VCO
FilterState = 0;           % Estado inicial do filtro
VCOstate = 0;              % Estado de fase inicial do VCO
%———Modulador FM————————
m   = 0.2* sin(2*pi*fm*t) + 0.3*cos(2*pi*fm/3*t);
phi = cumsum(m) * Ts;
s   = Ac * sin(2*pi*fc*t + kf*phi);

%—— Simula o PLL não linear ——
v = zeros(size(t)); r(l) = 0; e(l) = 0;
for i = 2: length(t)
%—— VCO ———
VCOstate = VCOstate + 2*pi*kv*v(i − l)*Ts;
r(i)     = Av*cos(2*pi*fc*t(i) + VCOstate);
%——— Detector de Fase ———
e(i) = sin(phi(i) − VCOstate);
%— Filtro ——
FilterState = FilterState + e(i);   % integrador
v(i)        = FilterState + e(i);   % integral mais controlador
                                      proporcional
end
subplot(4,1,1), plot(t,m)           % sinal modulante
subplot(4,1,2), plot(t,phi)         % fase do sinal transmitido
subplot(4,1,3), plot(t,e)           % fase da saída do detector
subplot(4,1,4), plot(t,v)           % sinal recuperado
```