

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS – UNICAMP  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE  
COMPUTAÇÃO - FEEC**

**EE 882 – LABORATÓRIO DE COMUNICAÇÃO I**

**EXPERIÊNCIA 1**

**ESPECTRO DE FREQUÊNCIA**

# Parte Teórica

## 1. INTRODUÇÃO

Os sinais elétricos, tais como tensão e corrente, são grandezas que variam no tempo. A descrição destes sinais, por outro lado, pode ser feita tanto no domínio do tempo quanto no da frequência. A análise espectral, baseada em séries e transformadas de Fourier, é uma ferramenta muito importante na engenharia de comunicações. A série de Fourier lida com sinais periódicos enquanto que a transformada de Fourier é usada para sinais não periódicos. Neste experimento serão analisados sinais periódicos.

## 2. SÉRIE DE FOURIER

Seja  $v(t)$  um sinal periódico com período  $T_0$ . Sua representação em série de Fourier é dada por:

$$v(t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|C_n| \cos(2\pi n f_0 t + \Phi_n) \quad f_0 = \frac{1}{T_0} \quad (1)$$

onde  $C_n$  e  $\Phi_n$  são dados por:

$$C_n = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) e^{-j2\pi n f_0 t} dt \quad \text{para } n = 0, 1, 2, \dots$$
$$\Phi_n = \angle C_n = -\arctan \left( \frac{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt}{\int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt} \right) \quad (3)$$

Pode-se também representar o sinal periódico  $v(t)$  na forma equivalente em série de Fourier:

$$v(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t) \quad (4)$$

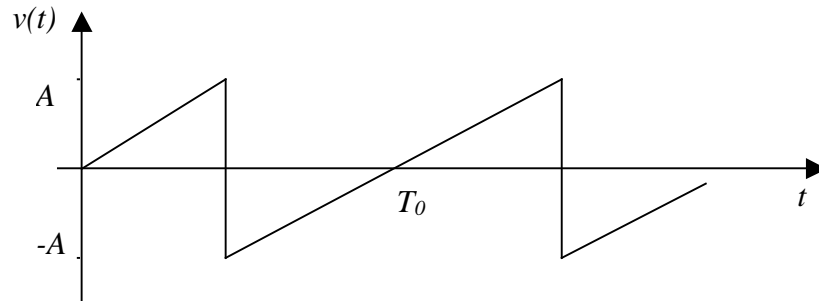
onde

$$a_0 = \frac{1}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) dt \quad (5)$$

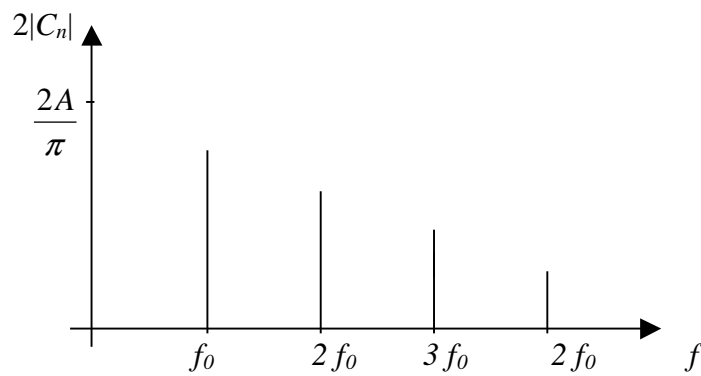
$$a_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \cos(2\pi n f_0 t) dt \quad (6)$$

$$b_n = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{T_0/2} v(t) \sin(2\pi n f_0 t) dt \quad (7)$$

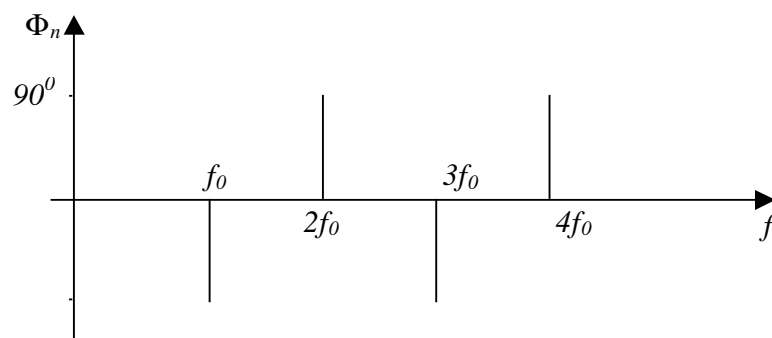
Assim, um sinal periódico no tempo é completamente caracterizado pela amplitude e fase de cada uma de suas harmônicas, isto é, de suas frequências  $nf_0$  ( $n = 1, 2, \dots$ ). A Figura 1 ilustra uma onda do tipo dente de serra no domínio do tempo e no da frequência.



a) Onda dente de serra no domínio do tempo



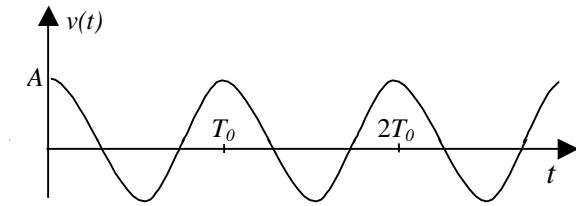
b) Espectro unilateral de magnitude



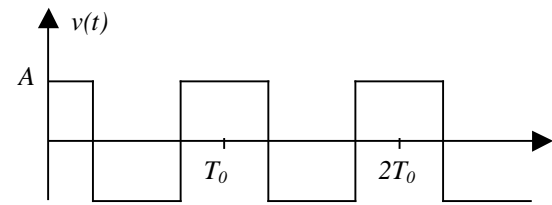
c) Espectro unilateral de fase

Figura 1: Onda dente de serra no domínio do tempo e da frequência.

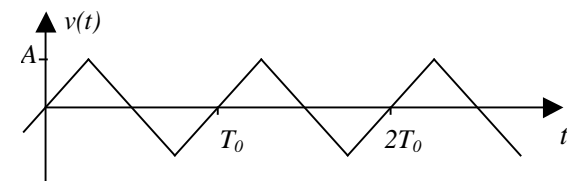
A Figura 2 mostra outras formas de onda e suas representações em termos de série de Fourier.



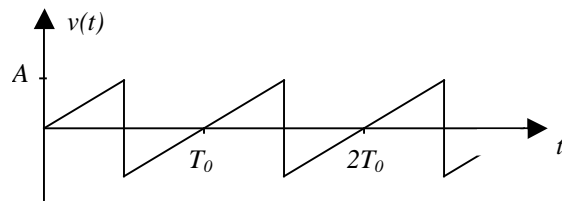
$$v(t) = A \cos(\omega_0 t)$$



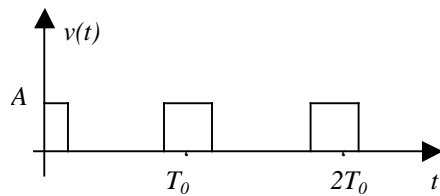
$$v(t) = \frac{4A}{\pi} \left[ \cos(\omega_0 t) - \frac{1}{3} \cos(3\omega_0 t) + \dots \right]$$



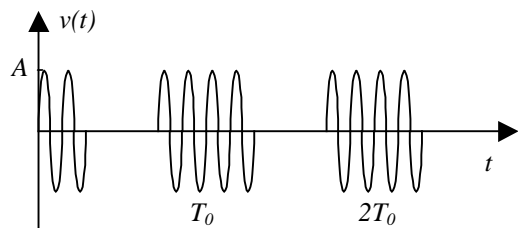
$$v(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left[ \text{sen}(\omega_0 t) - \frac{\text{sen}(3\omega_0 t)}{3^2} + \dots \right]$$



$$v(t) = \frac{2A}{\pi} \left[ \text{sen}(\omega_0 t) - \frac{\text{sen}(2\omega_0 t)}{2} + \dots \right]$$



$$v(t) = \frac{A\tau}{T_0} + \frac{2A\tau}{T_0} \left[ \text{sinc}\left(\frac{\tau}{T_0}\right) \cos(\omega_0 t) + \text{sinc}\left(\frac{2\tau}{T_0}\right) \cos(2\omega_0 t) + \dots \right]$$



$$v(t) = \frac{16A}{\pi} \left[ \begin{aligned} & -\frac{1}{63} \text{sen}(\omega_0 t) + \frac{1}{55} \text{sen}(3\omega_0 t) + \\ & -\frac{1}{39} \text{sen}(5\omega_0 t) + \frac{1}{15} \text{sen}(7\omega_0 t) + \\ & -\frac{\pi}{32} \text{sen}(8\omega_0 t) + \frac{1}{17} \text{sen}(9\omega_0 t) + \\ & -\frac{1}{57} \text{sen}(11\omega_0 t) + \frac{1}{105} \text{sen}(13\omega_0 t) + \\ & -\frac{1}{161} \text{sen}(15\omega_0 t) + \dots \end{aligned} \right]$$

Figura 2: Sinais periódicos com suas respectivas representações em série de Fourier

Finalmente, se uma onda periódica satisfaz a condição

$$x(t) = -x\left(t + \frac{T_0}{2}\right) \quad (8)$$

então essa onda não possui as harmônicas pares. Note que este é o caso da onda quadrada e da onda triangular.

## Parte Prática

Utilize o esquema da Figura 3 para a caracterização de sinais periódicos no domínio do tempo e no da frequência

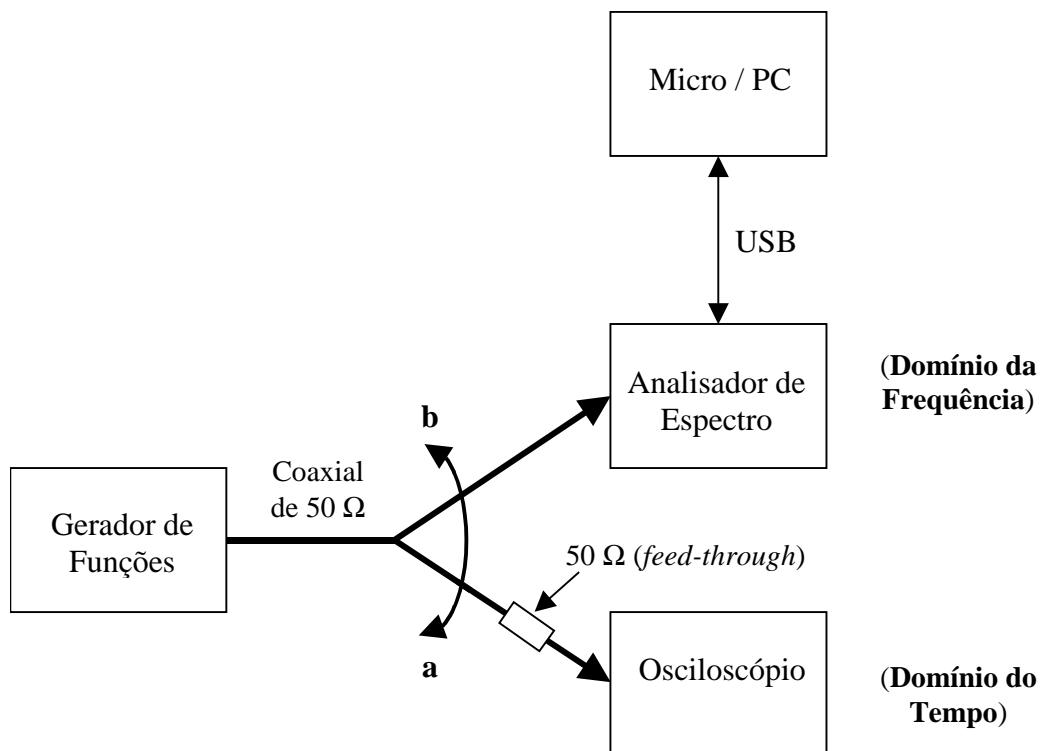


Figura 3: Caracterizando sinais periódicos no domínio do tempo e da frequência

As formas de onda no tempo devem ser impressas utilizando na impressora acoplada ao osciloscópio digital. Para a impressão do espectro (domínio de frequência) o aluno deve utilizar um **pen drive** ou outro recurso que achar apropriado.

Ajuste primeiramente a forma de onda desejada ligando um cabo coaxial de  $50 \Omega$  da saída do gerador de funções até o osciloscópio digital. Para casar a impedância de saída do gerador de funções ( $50 \Omega$ ) com a de entrada do osciloscópio ( $1 \text{ M}\Omega$ ) utilize um conector *feed-through* de  $50 \Omega$  na entrada do osciloscópio. Não é necessário a utilização do *feed-through* entre o gerador e o analisador de espectro FS300, pois sua impedância de entrada já é de  $50 \Omega$ .

## 1. Onda Senoidal

Ajuste, pelo osciloscópio, uma onda senoidal, produzida pelo gerador Agilent 33220A, em torno de 0,1 Volt de pico ( $V_p$ ) e frequência  $f_0$  igual a 100 kHz. Imprima a forma de onda observada no osciloscópio com informação de amplitude e frequência. Conecte agora o cabo coaxial ao analisador de espectro. Ajuste adequadamente os parâmetros do analisador para permitir uma boa visualização do espectro em frequência do sinal medido. Para o ajuste siga o seguinte roteiro:

- No menu **FREQ/SPAN** pressione a opção **CENTER** e digite o valor de  $f_0$  (100 kHz).
- Pressione o botão **SPAN** e escolha um valor apropriado de varredura de frequência.
- Ajuste a amplitude **AMPT** para um **RANGE** linear, de 0 a 100%. Pressione **UNIT** escolha a opção **mV**. No **REF LEVEL**, digite um valor (teto) adequado da escala vertical para uma boa observação do espectro (próximo de 75% para melhor precisão).
- No menu **MKR** acione o marcador na primeira harmônica em **PEAK**.
- Verifique ainda no menu **BW/SWEEP** se a *resolution bandwidth* (**RBW**) é adequada, bem como o tempo de varredura (*sweep time*).
- Utilize também a escala vertical em **dB** (**RANGE**), com a unidade em **dBm** (**UNIT**), quando for preciso.

Produza cinco visões do espectro utilizando as seguintes escalas verticais:

- Linear com **UNIT** em [mV]
- Logarítmica, **UNIT** em [dBm], **RANGE** = 40 dB
- Logarítmica, **UNIT** em [dBm], **RANGE** = 80 dB
- Logarítmica, **UNIT** em [dB $\mu$ V], **RANGE** = 40 dB
- Linear com **UNIT** em [mW], **RANGE** = linear e **REF LEVEL** = 200  $\mu$ W

Antes de imprimir, coloque o marcador sobre a raia desejada. Compare e comente os cinco espectros obtidos em relação à forma de onda no domínio do tempo. Justifique os valores declarados pelo marcador, fazendo uma comparação com os valores esperados teoricamente.

## 2. Onda Quadrada

Selecione no gerador de funções uma onda quadrada de  $0,1V_p$  e frequência igual a 100 kHz e veja os resultados nos osciloscópios antes de injetá-lo no analisador FS300. Imprima. Faça a medição apenas na escala linear (UNIT em mV). Utilize SPAN = 1 MHz e CENTER 500 kHz. Meça a magnitude das harmônicas até 1 MHz com auxílio do “Cursor”. Faça antes os ajustes para uma melhor visualização espectral e imprima os resultados no tempo e na frequência. Faça uma tabela comparando os valores práticos com os teóricos esperados. Comente.

## 3. Onda Triangular

Selecione no gerador de funções uma onda triangular de  $0,1 V_p$  e frequência igual a 100 kHz. Meça a magnitude das harmônicas até 1 MHz. Compare os resultados medidos com a teoria e comente.

## 4. Pulsos

Selecione no gerador de funções uma onda tipo pulso de  $0,1 V_p$  e frequência igual a 100 kHz. Faça o fator de ocupação (*duty cycle*) igual a 10%. Avalie os tempos  $\tau$  e  $T_0$ . Meça a magnitude das harmônicas até 1 MHz. Compare os resultados medidos com a teoria e comente. Altere adequadamente a CENTER FREQ e o SPAN, com o intuito de observar a função **sinc** (ou **sampling**). Interprete o resultado e comente.

## 5. Distorção no cruzamento do zero

Monte o circuito dado abaixo:

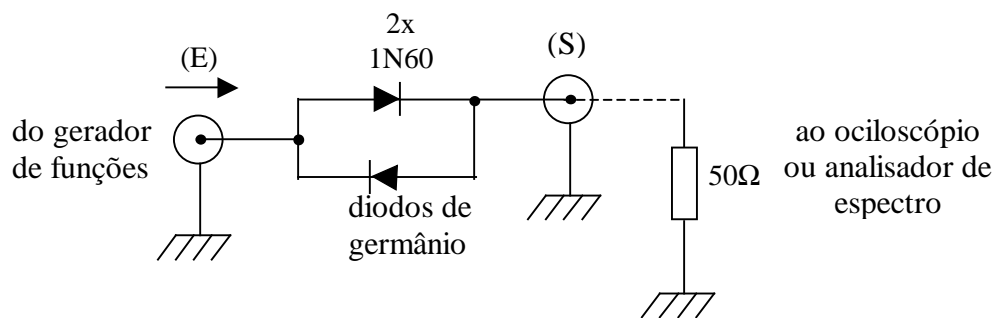


Figura 4: Circuito com distorção cross-over

Se os conectores BNC/Fêmea indicados na Figura 4 não estiverem disponíveis, utilize dois cabos BNC/Jacaré de  $50 \Omega$  na entrada (E) e na saída (S) do circuito. Note que o resistor de  $50 \Omega$  indicado na figura é equivalente ao cabo coaxial com o conector *feed-through* (no caso do osciloscópio), ou a resistência de entrada do analisador de espectro (FS300).

Gere uma tensão senoidal de 1 MHz e aplique ao circuito. Anote a forma de onda na saída, bem como o espectro obtido, para três valores de amplitudes (**declaradas no gerador**) de valores iguais a:

- 0,25 [V<sub>P</sub>]
- 0,5 [V<sub>P</sub>]
- 1,0 [V<sub>P</sub>]

Obtenha, para os três casos, a distorção harmônica total (DHT %) em porcentagem, em relação à senoidal “pura”, utilizando a relação:

$$DHT(\%) = \frac{\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + \dots + A_n^2}}{A_1} \times 100 (\%)$$

onde:

$A_1$  = amplitude da fundamental (1 MHz)

$A_2, A_3, \dots, A_n$  = amplitudes das harmônicas

Avalie a distorção até 10 MHz, pelo menos. Compare os três casos investigados. Comente e conclua.