

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS – UNICAMP  
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE  
COMPUTAÇÃO - FEEC**

**EE 882 – LABORATÓRIO DE COMUNICAÇÃO I**

**EXPERIÊNCIA 2**

**SISTEMAS LINEARES**

# Parte Teórica

## 1. INTRODUÇÃO

Um sistema é definido como uma relação funcional entre o sinal de entrada  $x(t)$  e o sinal de saída  $y(t)$  tal que:

$$y(t) = f[x(t)] ; \quad -\infty < t < \infty \quad (1)$$

Baseado nas propriedades da relação funcional dada em (1), os sistemas podem ser classificados como:

**Sistema Linear.** Um sistema é denominado linear se o princípio da sobreposição se aplica, isto é, dadas duas (ou mais) saídas  $y_1(t) = f[x_1(t)]$  e  $y_2(t) = f[x_2(t)]$  para as respectivas entradas  $x_1(t)$  e  $x_2(t)$ , então

$$f[a_1x_1(t) + a_2x_2(t)] = a_1y_1(t) + a_2y_2(t) \quad (2)$$

onde  $a_1$  e  $a_2$  são constantes quaisquer.

**Sistema Invariante no Tempo.** Um sistema é denominado invariante no tempo se um deslocamento temporal da entrada resulta em um deslocamento temporal correspondente na saída, isto é, se  $y(t) = f[x(t)]$ , então a relação  $y(t - t_0) = f[x(t - t_0)]$  é verdadeira.

**Sistema Causal.** Um sistema é denominado causal se sua resposta não se inicia antes da excitação ter sido aplicada em sua entrada. Em outras palavras, o valor da saída no instante  $t = t_0$  depende somente dos valores de entrada  $x(t)$  para  $t \leq t_0$ .

## 2. SISTEMAS LINEARES INVARIANTES NO TEMPO

Seja um sistema com entrada  $x(t)$ , saída  $y(t)$ , resposta  $h(t)$  ao impulso unitário  $\delta(t)$ . Sejam  $X(f)$ ,  $Y(f)$  e  $H(f)$  as respectivas representações no domínio da frequência da entrada, saída e resposta ao impulso. Assim, análise deste sistema pode tanto ser feita no domínio da frequência como no domínio do tempo.

## 2.1. Análise no Domínio do Tempo

Um sistema linear invariante no tempo é caracterizado no domínio do tempo pela resposta ao impulso  $h(t)$ , que é definida como a resposta  $y(t)$  do sistema a um impulso unitário  $\delta(t)$  aplicado na entrada no instante  $t = 0$ , isto é,  $h(t) = y(t)$ , para  $x(t) = \delta(t)$ . A resposta do sistema linear para uma entrada  $x(t)$  arbitrária é então obtida através da convolução de  $x(t)$  com  $h(t)$  no domínio do tempo, ou seja,

$$y(t) = x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda)x(t - \lambda)d\lambda \quad (3)$$

Como  $h(t) = 0$  para  $t < 0$  em sistemas causais, então

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\lambda)x(t - \lambda)d\lambda = \int_0^{\infty} x(\lambda)h(t - \lambda)d\lambda \quad (4)$$

As equações (3) e (4) são chamadas de *integrais de sobreposição* ou de *convolução*. Na prática, pode-se obter a resposta aproximada ao impulso utilizando-se um pulso de amplitude finita com largura suficientemente estreita. Por exemplo, considere o pulso  $g(t)$  dado na Figura 1.

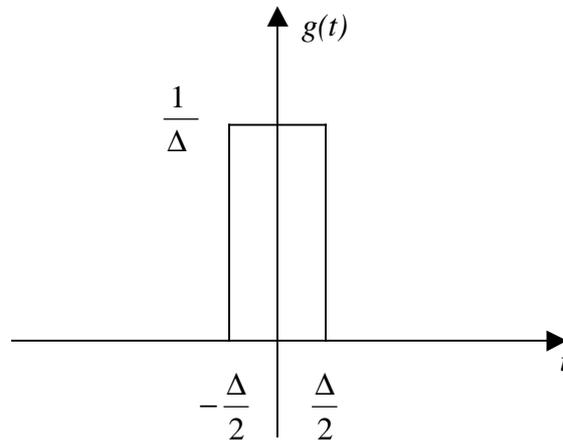


Figura 1: Pulso  $g(t)$

A resposta  $y(t)$  para a entrada  $g(t)$  é então dada por:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\lambda)g(t - \lambda)d\lambda \quad (5)$$

onde

$$g(t-\lambda) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta}, & t - \frac{\Delta}{2} < \lambda < t + \frac{\Delta}{2} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (6)$$

Assim,

$$y(t) = \int_{t-\frac{\Delta}{2}}^{t+\frac{\Delta}{2}} h(\lambda) \frac{1}{\Delta} d\lambda \quad (7)$$

Se  $\Delta$  for suficientemente pequeno, então a aproximação  $h(\lambda) \cong h(t)$ ,  $t - \frac{\Delta}{2} < \lambda < t + \frac{\Delta}{2}$ , é válida.

Assim,

$$y(t) \cong h(t) \frac{1}{\Delta} \int_{t-\frac{\Delta}{2}}^{t+\frac{\Delta}{2}} d\lambda = h(t). \quad (7a)$$

## 2.2. Análise no Domínio da Frequência

No domínio da frequência, um sistema linear invariante no tempo é caracterizado pela função de transferência  $H(f)$ . A função de transferência é obtida através da transformada de Fourier da resposta ao impulso. A convolução entre duas funções no domínio do tempo corresponde a uma multiplicação das transformadas de Fourier destas funções no domínio da frequência, i.e:

$$Y(f) = H(f)X(f) \quad (8)$$

Por em geral ser uma função complexa, a função de transferência pode ser expressa como:

$$H(f) = |H(f)| e^{j[\angle H(f)]} \quad (9)$$

onde  $|H(f)|$  é a resposta de amplitude e  $\angle H(f)$  é a resposta de fase.

Se, por exemplo, a entrada de um sistema linear invariante no tempo for uma senóide do tipo:

$$x(t) = A_x \cos(\omega_0 t + \theta_x) \quad -\infty < t < \infty \quad (10)$$

onde  $A_x$  é uma constante,  $\omega_0$  é a frequência angular e  $\theta_x$  é a fase, a saída do sistema linear  $y(t)$  será:

$$y(t) = A_y \cos(\omega_0 t + \theta_y) \quad -\infty < t < \infty \quad (11)$$

onde:

$$A_y = |H(f_0)| A_x \quad (12)$$

$$\theta_y = \theta_x + \arg[H(f)] \quad (13)$$

A função de transferência  $H(f)$  associa a cada frequência  $f$  um número complexo que depende apenas dos parâmetros do sistema e não da entrada. Note, portanto, que a função  $H(f)$  pode ser determinada observando-se o sinal de saída do sistema quando a entrada é uma onda senoidal. Mais especificamente, se a entrada do sistema linear é uma onda senoidal de amplitude unitária e fase nula, e a sua saída é uma senóide de amplitude  $A$  e fase  $\theta$ , então:

$$|H(f_0)| = A \quad (14)$$

$$\arg[H(f_0)] = \angle H(f_0) = \theta \quad (15)$$

### 2.3. Sistemas Lineares sem Distorção

Um sinal transmitido através de um sistema linear não sofre distorção se a forma de onda do sinal de saída é igual ao sinal de entrada a menos de uma amplificação (ou atenuação) e/ou um deslocamento no tempo. Portanto, para uma transmissão sem distorção com entrada  $x(t)$  e saída  $y(t)$ , tem-se

$$y(t) = A x(t - t_0) \quad (16)$$

em que  $t_0$  é o atraso e  $A$  é o fator de amplificação introduzidos pelo sistema. No domínio da frequência, a equação (16) se escreve como:

$$Y(f) = H(f)X(f) = A e^{-j2\pi f t_0} X(f) = [A \angle -2\pi f t_0] X(f) \quad (17)$$

Assim, o sistema linear que não introduz distorção possui  $|H(f)|$  constante para qualquer frequência e variação linear da fase com relação à frequência. Por outro lado, para o caso geral, a função de transferência  $H(f)$  pode não ser constante, apresentando magnitude e fase variáveis com a frequência. Por exemplo, na Figura 2, tem-se a função de transferência de um sistema conhecido como filtro passa-baixa (FPB). Se na entrada do filtro é colocada uma onda quadrada com frequência suficientemente grande para que as componentes de altas frequências sejam atenuadas, então a saída  $y(t)$  será distorcida.

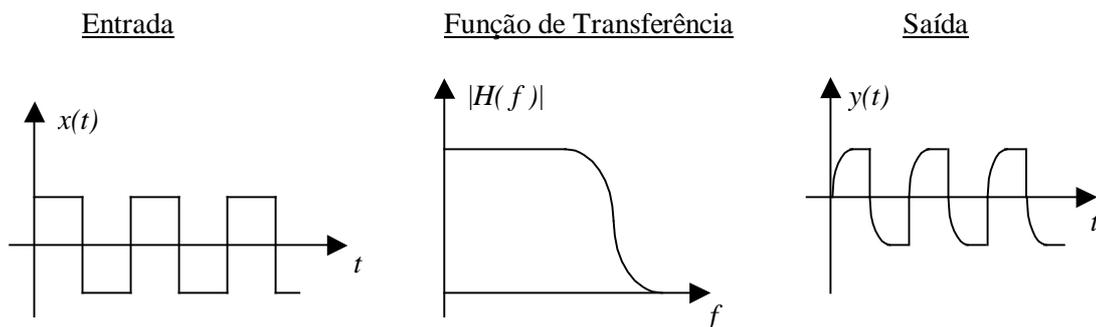


Figura 2: Resposta de um filtro passa-baixa.

Filtros possuem um grande número de aplicações em comunicações. Por exemplo, na seleção de uma emissora específica dentre uma grande quantidade de sinais que chega à antena de um rádio-receptor. A Figura 3 mostra os tipos de filtros mais utilizados. Define-se a faixa de passagem de um filtro como sendo o intervalo de frequências positivas onde  $|H(f)|$  é maior ou igual a  $1/\sqrt{2}$  do seu valor máximo. As frequências que limitam esse intervalo são chamadas de frequências de corte  $f_c$  do filtro.

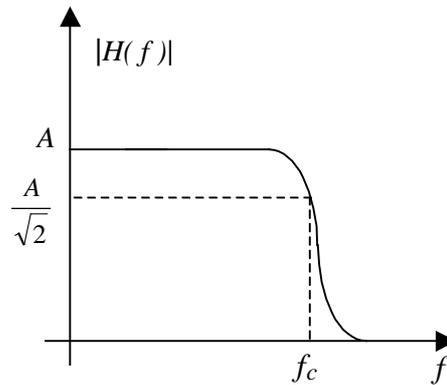
#### 2.4. Relação entre Faixa de Passagem com a Velocidade de Resposta do Sistema Linear.

A largura da faixa de passagem está ligada à velocidade de resposta de um sistema, isto é, à capacidade de o sistema responder a sinais que variam rapidamente. Um parâmetro utilizado para se medir essa velocidade é o *tempo de subida (rise-time)* na saída, isto é, o tempo que a saída leva para ir de 10% a 90% de seu valor de regime quando na entrada se aplica um degrau ideal. O tempo de subida varia de maneira inversa à variação da largura da faixa de passagem. Na prática, a seguinte aproximação é válida.

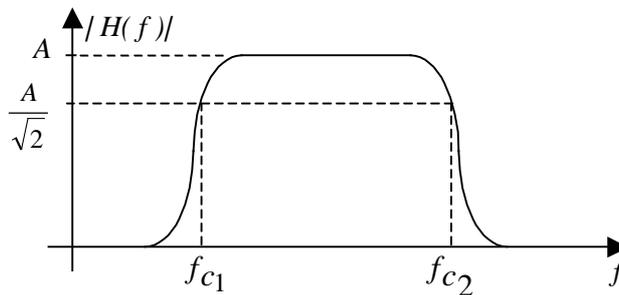
$$t_r \cdot B \cong \text{constante} \quad (22)$$

onde  $t_r$  e  $B$  são o tempo de subida e a faixa de passagem do sistema, respectivamente. A escolha dos níveis de 10% e 90% deve-se às dificuldades práticas em se determinar o instante exato em que o sistema linear começa a responder a uma excitação de entrada e onde a saída atinge o ponto de regime.

### Filtro Passa-Baixas (FPB)



### Filtro Passa-Faixa (FPF)



### Filtro Passa-Altas (FPA)

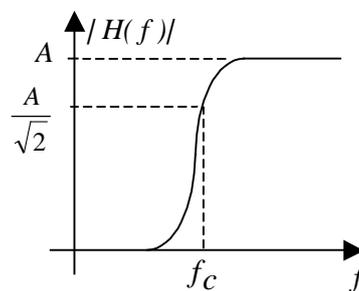


Figura 3: Espectro de Magnitude dos Filtros Passa-Baixa, Passa-Faixa e Passa-Alta

## Parte Prática

Três sistemas lineares invariante no tempo serão analisados: um filtro passa baixa, um filtro passa faixa e um cristal. Para cada um destes dispositivos deve-se obter a **perda por inserção**. Esta perda é avaliada observando-se o sinal antes de ser injetado no dispositivo e, depois, na saída do dispositivo. Para o sinal de entrada, utilize o gerador Agilent 33220A, escolhendo uma varredura adequada de frequência entre os pontos START FREQ e STOP FREQ. Utilize amplitude =  $0,1 V_p$ . Além disso, escolha os tempos de varredura SWEEP TIME, tanto no gerador bem como no analisador.

### 1. Filtro Passa-Baixa (Filtro Butterworth de ordem 5)

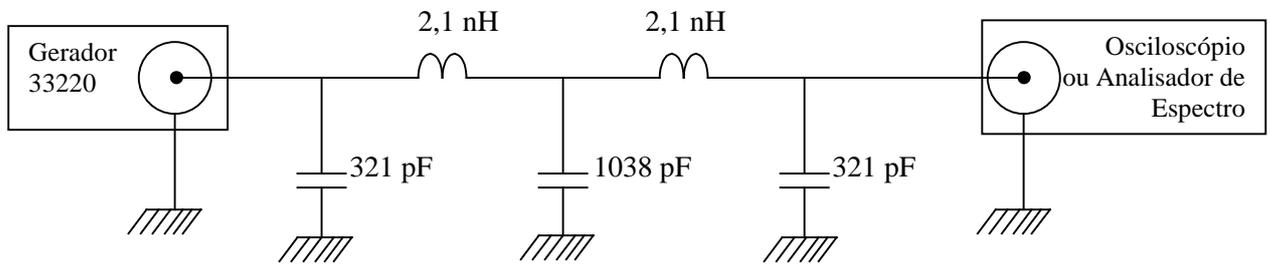


Figura 4: Filtro Passa Baixa

- Utilize o circuito da Figura 4
- Estime a frequência de corte (-3dB) do dispositivo utilizando o osciloscópio.
- Obtenha a resposta em frequência do filtro utilizando o analisador de espectro.
- Obtenha a frequência de corte (-3dB), e compare com o valor obtido no osciloscópio.
- Obtenha também o decaimento (*roll-off*) na faixa de bloqueio, em dB/oitava ou dB/década.
- Comente sobre os resultados obtidos.
- Injete uma onda quadrada de 100 kHz no filtro e meça o tempo de subida (ou descida), utilizando o menu MEASURE do osciloscópio.
- Repita o item anterior para 200 kHz.
- Comente.
- Aumente a frequência da onda quadrada e verifique e explique o que ocorre.
- Obtenha a resposta aproximada do filtro ao impulso injetando uma onda pulsada.

## 2. Filtro Passa-Faixa

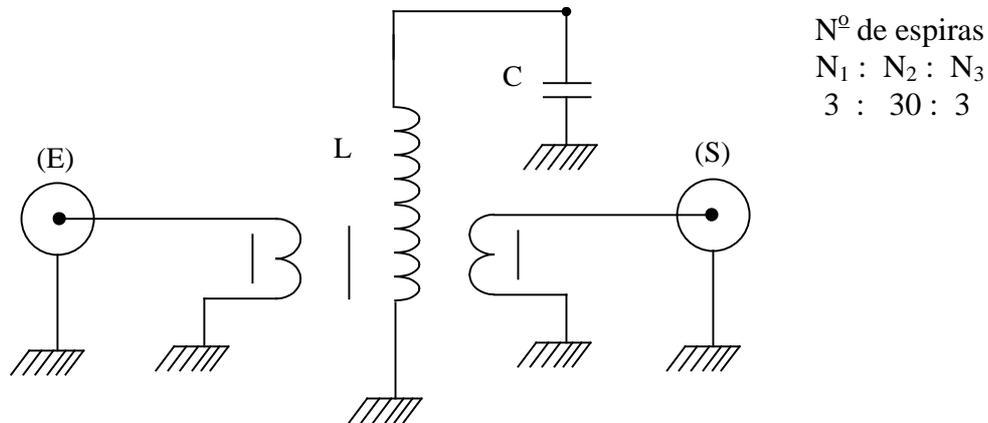


Figura 5: Filtro Passa Faixa

- Utilize o circuito da Figura 5.
- Obtenha a frequência central  $f_{central}$  do filtro utilizando o osciloscópio.
- Obtenha a resposta em frequência do filtro utilizando o analisador de espectro.
- Estime as frequências de corte inferior  $f_{inf}$  e superior  $f_{sup}$ .
- Estime a seletividade  $Q = f_{central} / (f_{sup} - f_{inf})$  do filtro.

## 3. Filtro Cristal

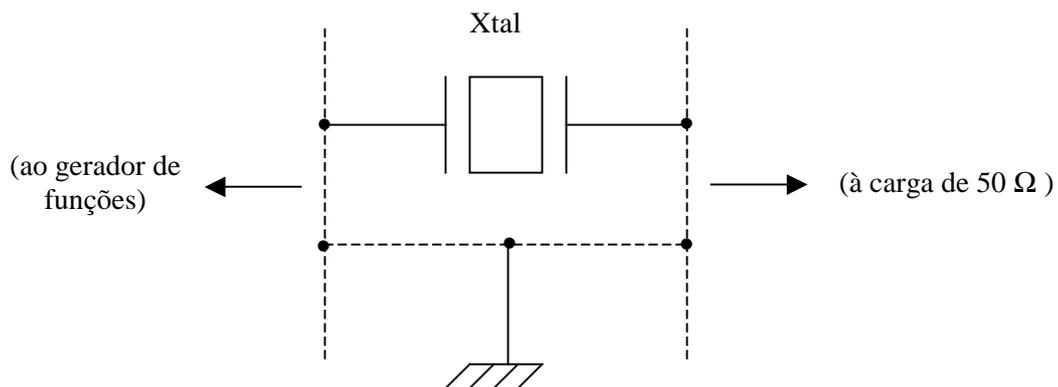


Figura 6: Filtro Cristal

- Utilize o circuito da Figura 6.
- Obtenha a frequência central  $f_{central}$  do filtro utilizando o osciloscópio.
- Obtenha a resposta em frequência do filtro utilizando o analisador de espectro.