

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS – UNICAMP
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E DE
COMPUTAÇÃO - FEEC**

EE 882 – LABORATÓRIO DE COMUNICAÇÃO I

EXPERIÊNCIA 4

MODULAÇÃO ANGULAR

Parte Teórica

1. INTRODUÇÃO

A modulação angular ou modulação exponencial consiste em um esquema em que a informação modula o ângulo (frequência ou fase) da portadora, cuja amplitude é mantida constante. De uma forma geral, a onda modulada pode ser escrita como

$$x_c(t) = A_c \cos(\theta_c(t)) = \text{Re}\{A_c \exp(j\theta_c(t))\} \quad (1)$$

em que A_c é a amplitude a portadora, mantida constante, e $\theta_c(t)$ é fase instantânea, variando com o sinal modulante, ou informação, $x(t)$. Note que $\text{Re}\{.\}$ representa a *parte real de* um número complexo. Define-se $\theta_c(t)$ como:

$$\theta_c(t) = 2\pi f_c t + \phi(t) \quad (2)$$

em que f_c é a frequência de portadora e $\phi(t)$ é o desvio de fase. A frequência instantânea $\omega_i = 2\pi f_c t$ é definida como

$$\omega_i(t) = \frac{d\theta_c}{dt} = \omega_c + \frac{d\phi}{dt} \quad [\text{rad/s}] \quad (3)$$

E o desvio da frequência instantânea (em Hertz) do sinal modulado é definido como

$$\Delta f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} \quad (4)$$

O desvio de fase $\phi(t)$ da portadora varia com o sinal modulador $x(t)$. Dependendo da relação entre $\phi(t)$ e $x(t)$, há duas formas de modulação angular, i.e., modulação por fase (PM) ou a modulação em frequência (FM). Em PM, o desvio de fase instantâneo da portadora é proporcional ao sinal modulador, isto é

$$\phi(t) = k_p x(t) \quad (5)$$

onde k_p é a constante de desvio de fase (expressa em rad/V). Em FM, o desvio de frequência da portadora é proporcional ao sinal modulador, isto é

$$\Delta f_i = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi}{dt} = k_f x(t) \quad (6)$$

ou

$$\phi(t) = 2\pi k_f \int_{t_0}^t x(\lambda) d\lambda + \phi(t_0) \quad (7)$$

onde k_f é a constante de desvio de frequência (em Hz/V) e $\phi(t_0)$ é o ângulo inicial em $t = t_0$. Em geral, considera-se $t_0 = -\infty$ e $\phi(-\infty) = 0$. Combinando (6) e (7) com (1), têm-se

$$\text{PM:} \quad x_c(t) = A_c \cos[\omega_c t + k_p x(t)] \quad (8)$$

$$\text{FM:} \quad x_c(t) = A_c \cos\left[\omega_c t + 2\pi k_f \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda\right] \quad (9)$$

As equações (8) e (9) revelam que os sinais modulados em fase e frequência são similares em suas representações funcionais com exceção da integração da mensagem $x(t)$ em FM. A Figura 1 ilustra formas de ondas PM e FM para uma modulação tonal (a) e outra digital (b).

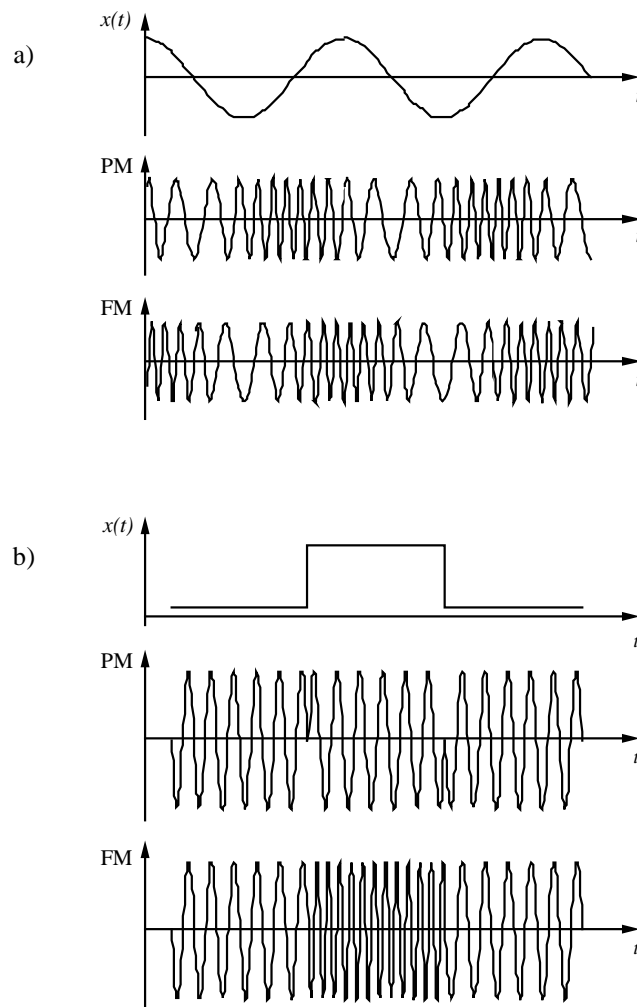


Figura 1 - Formas de ondas PM e FM: (a) Onda modulante senoidal e (b) Onda modulante quadrada

De (3), tem-se que a frequência instantânea em FM é dada por

$$f_i = f_c + k_f x(t) \quad (10)$$

A Figura 2 ilustra a dependência de $f_i(t)$ em função de $x(t)$. Note que a constante k_f é o coeficiente angular da reta.

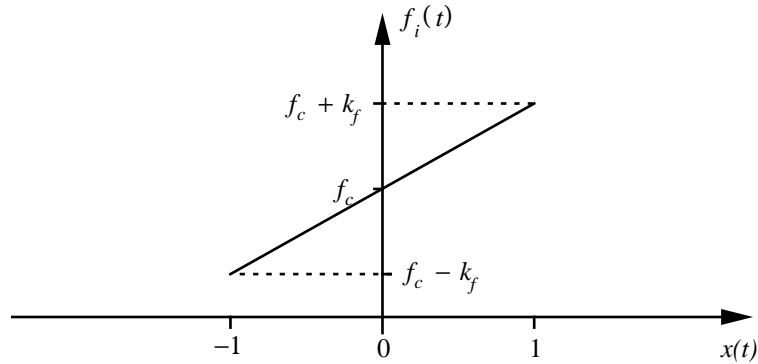


Figura 2 – Modulador FM ideal

A Tabela 1 resume a dependência da fase e frequência instantânea com relação à informação.

Tabela 1

	$\phi(t)$	$f_i(t)$
PM	$k_p x(t)$	$f_c + \frac{k_p}{2\pi} \frac{dx(t)}{dt}$
FM	$2\pi k_f \int_{-\infty}^t x(\lambda) d\lambda$	$f_c + k_f x(t)$

2. MODULAÇÃO TONAL

A modulação angular é um processo não linear e, portanto, uma descrição exata do espectro de um sinal modulado arbitrário é muito intrincada. Entretanto, se a informação $x(t)$ é uma onda senoidal, então o desvio de fase instantâneo do sinal modulado (FM ou PM) é também senoidal e o espectro, portanto, pode ser facilmente obtido. Seja

$$x(t) = A_m \cos(\omega_m t) \quad (11)$$

O desvio de fase instantâneo do sinal modulado é dado por

$$\phi(t) = \begin{cases} k_p A_m \cos(\omega_m t) & \text{para PM} \\ \frac{2\pi k_f A_m}{\omega_m} \cos(\omega_m t) & \text{para FM} \end{cases} \quad (12)$$

O sinal modulado é dado por

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \cos(\omega_m t)) \quad \text{para PM} \quad (13)$$

$$x_c(t) = A_c \cos(\omega_c t + \beta \sin(\omega_m t)) \quad \text{para FM} \quad (14)$$

onde o parâmetro β é chamado de índice de modulação e é definido, apenas para modulação tonal, como

$$\beta = k_p A_m \quad \text{para PM} \quad (15)$$

$$\beta = \frac{2\pi k_f A_m}{\omega_m} = \frac{k_f A_m}{f_m} \quad \text{para FM} \quad (16)$$

O índice de modulação β representa o desvio máximo de fase [em radianos] produzido pelo tom modulante. Expandindo-se o cosseno (14), obtém-se

$$x_c(t) = A_c [\cos(\omega_c t) \cos(\beta \sin(\omega_m t)) - \sin(\omega_c t) \sin(\beta \sin(\omega_m t))] \quad (17)$$

As funções $\cos(\beta \sin(\omega_m t))$ e $\sin(\beta \sin(\omega_m t))$ são periódicas com período $1/f_m$ e podem, portanto, ser representadas pelas seguintes séries de Fourier

$$\cos(\beta \sin(\omega_m t)) = J_0(\beta) + 2 \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ par}}}^{\infty} J_n(\beta) \cos(n\omega_m t) \quad (18)$$

$$\sin(\beta \sin(\omega_m t)) = 2 \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impar}}}^{\infty} J_n(\beta) \sin(n\omega_m t) \quad (19)$$

onde $J_n(\beta)$ é a função de Bessel da primeira espécie e de ordem n , que é dada por

$$J_n(\beta) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[j[\beta \sin(\lambda) - n\lambda]] d\lambda \quad (20)$$

Os valores de $J_n(\beta)$ geralmente são encontrados na literatura especializada sob forma de tabelas. Uma pequena listagem de $J_n(\beta)$ em função de β e de n é mostrada na figura abaixo e na Tabela 2.

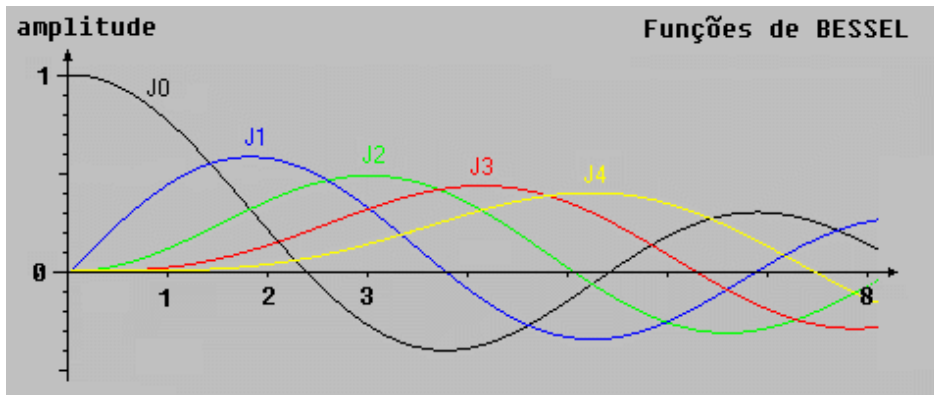


Figura 3 Funções de Bessel $J_n(\beta)$ em função de β e de n

Note que $J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$. Combinando-se (17), (18) e (19), obtém-se

$$x_c(t) = A_c J_0(\beta) \cos(\omega_c t) + 2A_c \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ par}}}^{\infty} J_n(\beta) \cos(n\omega_m t) \cos(\omega_c t) - 2A_c \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impar}}}^{\infty} J_n(\beta) \sin(n\omega_m t) \sin(\omega_c t) \quad (21)$$

Rearranjando os produtos de funções trigonométricas, (21) pode ser reescrita como

$$\begin{aligned} x_c(t) = & A_c J_0(\beta) \cos(\omega_c t) + \\ & + A_c \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ par}}}^{\infty} J_n(\beta) [\cos(\omega_c - n\omega_m)t + \cos(\omega_c + n\omega_m)t] + \\ & + A_c \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impar}}}^{\infty} J_n(\beta) [\cos(\omega_c + n\omega_m)t - \cos(\omega_c - n\omega_m)t] \end{aligned} \quad (21)$$

Tabela 2 – Valores de $J_n(\beta)$

$n \backslash \beta$	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	5.0	8.0
0	0.998	0.990	0.938	0.765	0.224	-0.178	0.172
1	0.050	0.100	0.242	0.440	0.577	-0.328	0.235
2		0.005	0.031	0.115	0.353	0.047	-0.113
3				0.020	0.129	0.365	-0.291
4				0.002	0.034	0.391	-0.105
5					0.007	0.261	0.186
6						0.131	0.338
7						0.053	0.321
8						0.018	0.223
9							0.126
10							0.061

A Figura 4 mostra um exemplo do espectro de linha $x_c(t)$ para $\beta = 5$, $A_c = 1$ e $f_c \gg f_m$.

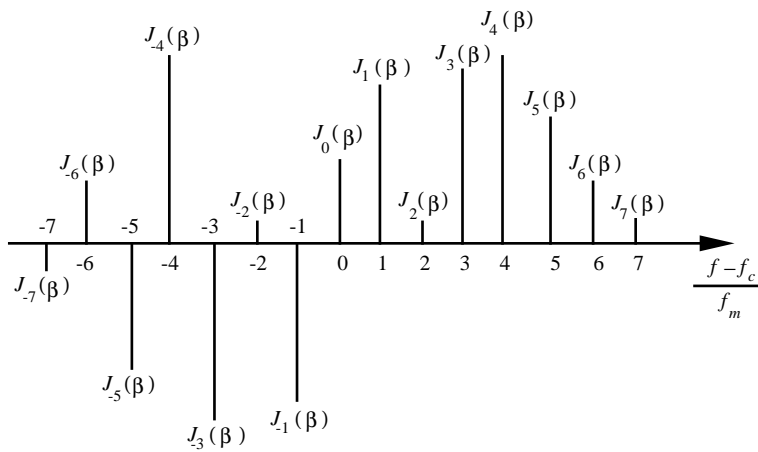


Figura 4 Espectro de linha do sinal FM para modulação tonal, $\beta = 5$, $A_c = 1$

O espectro de um sinal FM possui as seguintes propriedades:

1. O espectro FM consiste de uma portadora mais um número infinito de componentes laterais nas frequências $f_c \pm n f_m$ ($n = 1, 2, \dots$).
2. A amplitude relativa das componentes espectrais de um sinal FM depende dos valores de $J_n(\beta)$. A amplitude relativa da portadora depende de $J_0(\beta)$ e seu valor varia com o sinal modulante.
3. As componentes ímpares de frequências menores que f_c possuem suas fases invertidas em relação às suas correspondentes componentes maiores que f_c .
4. O número de componentes espectrais significativas é uma função de β (veja Tabela 2). Quando $\beta \ll 1$, somente J_0 e J_1 são significativas. Neste caso, o espectro consistirá apenas da portadora e de duas componentes laterais, similarmente ao espectro AM a menos de uma reversão de fase na componente $(f_c - f_m)$.
5. Valores grandes de β implicam em maior largura de faixa, uma vez que haverá muitas componentes significativas. Uma regra prática para definir a faixa de frequência B_T onde as componentes laterais do espectro FM são significativas é dada pela fórmula de Carson $B_T = 2W(\beta + 1)$, onde W [Hz] é a máxima frequência do sinal modulante.

O estudo do esquema FM pode ser dividido em dois casos: FM de faixa estreita e FM de faixa larga. Define-se FM de faixa estreita como sendo o sistema que opera com valores $\beta \ll 1$. Assim, a faixa de passagem B_T do FM de faixa estreita é aproximadamente igual a $2W$. Note que, neste caso, apenas as duas primeiras raias laterais a f_c são significativas, o que torna o FM de faixa estreita de muitas maneiras similar ao AM. O sinal FM de faixa estreita não possui nenhuma vantagem sobre o AM em termos de imunidade ao ruído, sendo este um dos principais motivos de sua pouca utilização prática. Entretanto, os esquemas FM de faixa larga fazem uso do do sinal FM de faixa estreita como um estágio intermediário na geração do sinal de faixa larga.

Quando $\beta \gg 1$, e portanto B_T é grande quando comparada com a largura de faixa do sinal modulador, diz-se que o sinal FM é de faixa larga. Note que B_T é praticamente independente da largura de faixa do sinal modulador, isto é, $B_T \approx 2\beta W$ pois W aparece no denominador da expressão de β .

3. GERAÇÃO DE SINAIS FM

Existem basicamente dois métodos de geração de sinais FM conhecidos como método direto e método indireto. O método direto faz uso de um dispositivo chamado oscilador controlado por voltagem (VCO) cuja frequência de oscilação depende linearmente da amplitude do sinal modulado (Figura 5). No método indireto, um sinal FM de faixa estreita é produzido geralmente usando primeiro um modulador de fase. Este sinal FM é então convertido para um sinal FM de faixa larga por uma multiplicação em frequência. Nesta experiência estudaremos apenas a modulação feita pelo método direto.

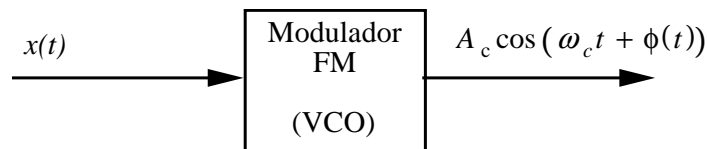


Figura 5 Método direto de modulação FM

Parte Prática

1. Ajuste o gerador de funções Agilent 33220A para que em sua saída haja uma onda senoidal (portadora) com amplitude A_c igual a 1 V_{pp} e frequência $f_c = 1$ MHz. Ajuste em seguida o sinal modulante (informação) para que o desvio D de frequência seja de 2 kHz. Use a própria modulação FM interna do gerador. Sabendo-se que o índice de modulação $\beta = D/f_m$, onde f_m é a frequência do sinal modulante:
 - a. Ajuste o valor da frequência f_m do sinal modulante para que o sinal FM seja de faixa estreita ($\beta = 0,2$). Compare os valores obtidos no analisador de espectro com os valores teóricos.
 - b. Para a configuração do item anterior faça a forma da onda modulante quadrada, triangular e rampa. Obtenha os espectros dos sinais modulados.

- c. Ajuste o valor da frequência f_m do sinal modulante para que o sinal FM seja de faixa larga ($\beta = 2$). Compare os valores obtidos no analisador de espectro com os valores teóricos.
 - d. Para a configuração do item anterior faça a forma da onda modulante quadrada, triangular e rampa. Obtenha os espectros dos sinais modulados.
2. Com a onda modulante quadrada, ajuste a frequência de portadora f_c para 100 kHz e o desvio de frequência para 40 kHz. Meça as frequências instantâneas da portadora no osciloscópio. Explique o porquê do espectro possuir mais de duas raias de frequência.
3. Com a onda modulante senoidal e sua frequência adequada para a versão FM de faixa estreita para $D = 2$ kHz, coloque uma portadora quadrada com $1 V_{pp}$ e frequência $f_c = 1$ MHz. Expanda o range do analisador para 10 MHz. Veja o que acontece no osciloscópio e no analisador de espectro. Sintonize em cada uma das frequências harmônicas da portadora quadrada e use SPAM adequado para visualizar as raias laterais. Por que a primeira harmônica da portadora se comporta como uma modulação de faixa estreita e as demais não?
4. Usando a portadora senoidal em 1 MHz e desvio D de frequência igual a 100 kHz, utilize o gerador de funções 33120A para injetar um sinal modulante senoidal externo de $4 V_{pp}$, com varredura de 100 Hz a 4 kHz e com duração de 50 s, na entrada externa do gerador de funções 33220A. Trace o espectro deste sinal modulado. Explique a diferença entre as faixas de frequência ocupada pelo sinal gerado pelo gerador 33120A e o sinal modulado FM.

Relatório: Analise os resultados obtidos, compare com a teoria e comente.