

# CAPÍTULO 8

## *Modelagem de Sistemas de Comunicações: Transmissor e Receptor*

## **8. MODELAGEM DE SISTEMAS DE COMUNICAÇÕES: TRANSMISSOR E RECEPTOR**

### **8.10 MÚLTIPLO ACESSO E MULTIPLEXAÇÃO**

Compartilhamento de recursos de comunicações entre diversos usuários ou sinais.

Tipos de múltiplos acessos:

SDMA – Acesso múltiplo por divisão espacial

PDMA – Acesso múltiplo por divisão de polarização

FDMA – Acesso múltiplo por divisão em frequência

TDMA – Acesso múltiplo por divisão temporal

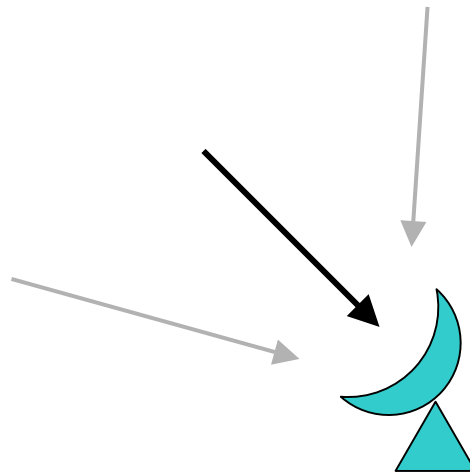
CDMA – Acesso múltiplo por divisão por código

## 8.10.1 Problemas na Simulação de Métodos de Acesso Múltiplo:

### SDMA – Acesso múltiplo por divisão espacial

Sinais com diferentes ângulos de chegada.

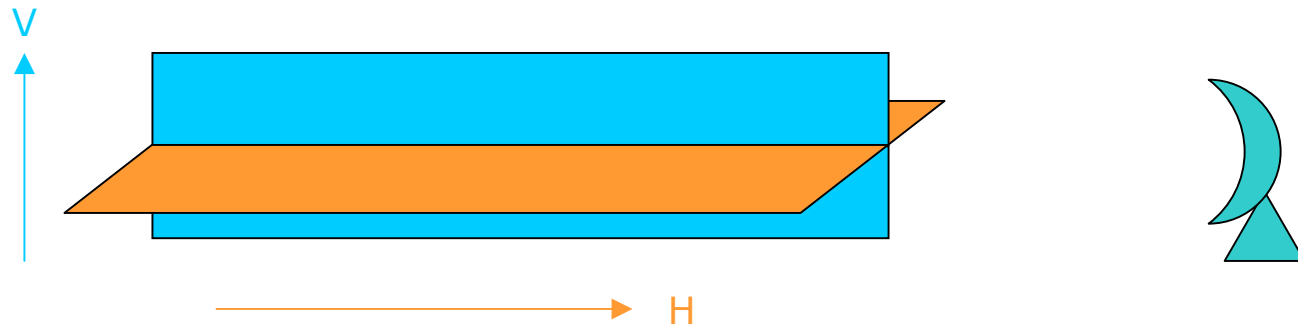
Sinais provenientes de diferentes fontes.



## PDMA – Acesso múltiplo por divisão de polarização

Possui apenas duas dimensões.

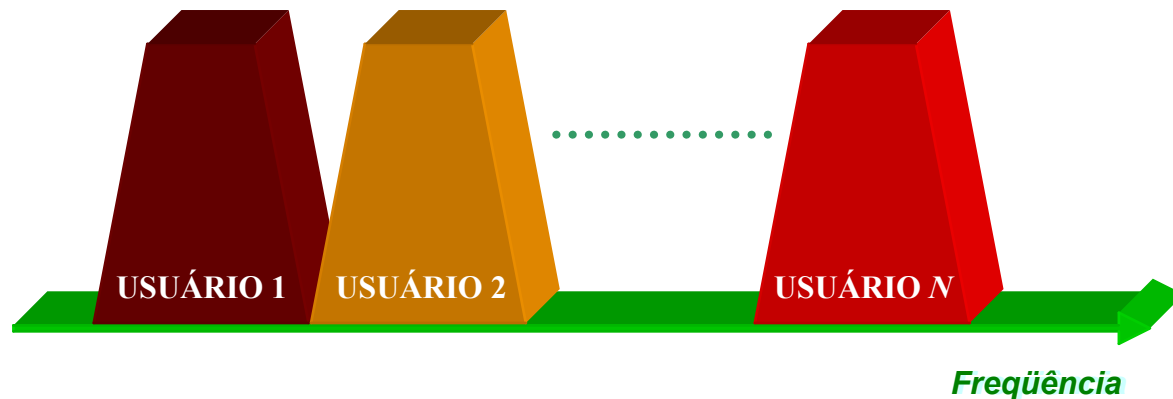
Sinais com diferentes polarizações.



Interferência  $\Rightarrow$  outros sinais (co-canal).

Assim, para simular sistemas SDMA e PDMA basta gerar os sinais interferentes com suas respectivas potências e frequências e adicioná-los ao sinal desejado.

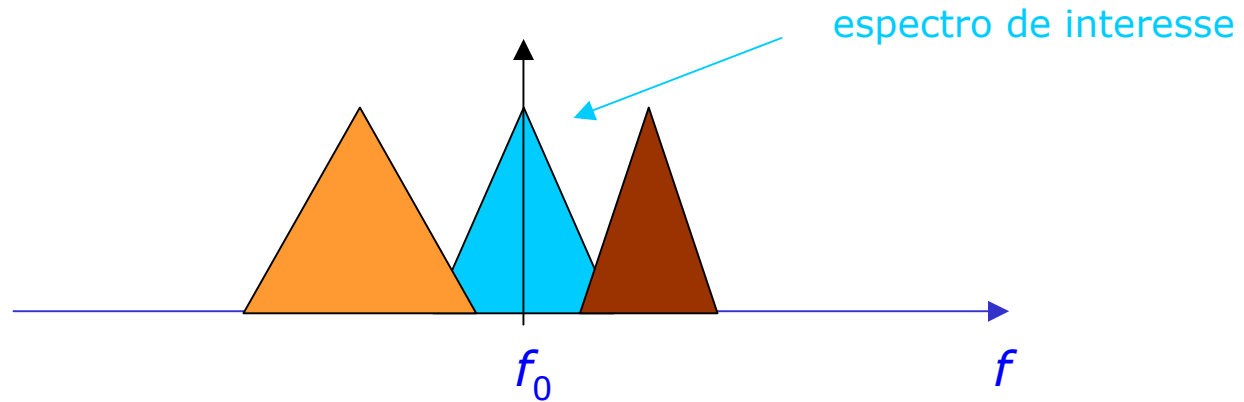
## FDMA:



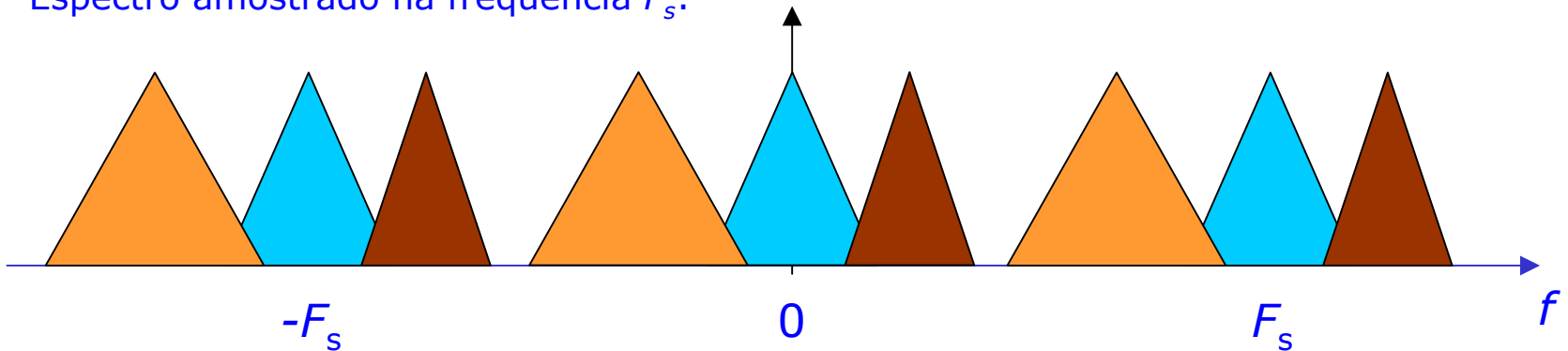
**Sistema linear:** somente as interferências causadas pelos dois canais adjacentes ao canal de interesse precisam ser consideradas.

**Sistema não linear:** os produtos de intermodulação devem ser considerados entre as várias portadoras. Geralmente neste caso, necessita-se de simular a presença de todas as portadoras.

Exemplo:



Espectro amostrado na frequência  $F_s$ :



Portadora  $i$ :  $S_i(t) = A_i(t) \cos(2\pi f_i t + \phi_i(t) + \theta_i)$

Envoltória complexa da soma:  $\tilde{S}(t) = \sum_{i=0}^N A_i(t) \exp\{j[2\pi(f_i - f_0)t + \phi_i(t) + \theta_i]\}$

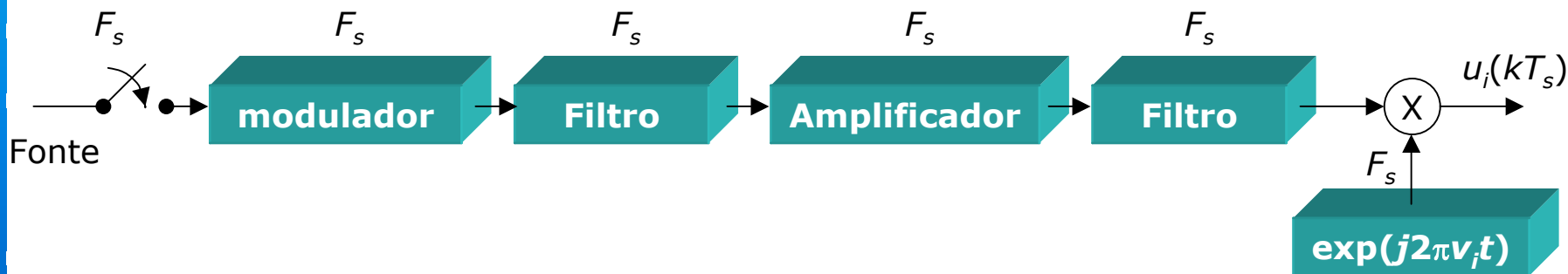
a) Se  $S_i(t)$  está na forma analítica  $\Rightarrow$  basta simulação de  $\tilde{S}(kT_s)$  .

$F_s = 1/T_s$  (supondo que  $F_s$  é maior que ou igual a banda do sinal composto)

b) Frequentemente temos os sinais amostrados individualmente  $\tilde{S}_i(kT_s)$  assim, as parcelas de  $\tilde{S}(kT_s)$  podem ser escritas pelo produto de duas funções:

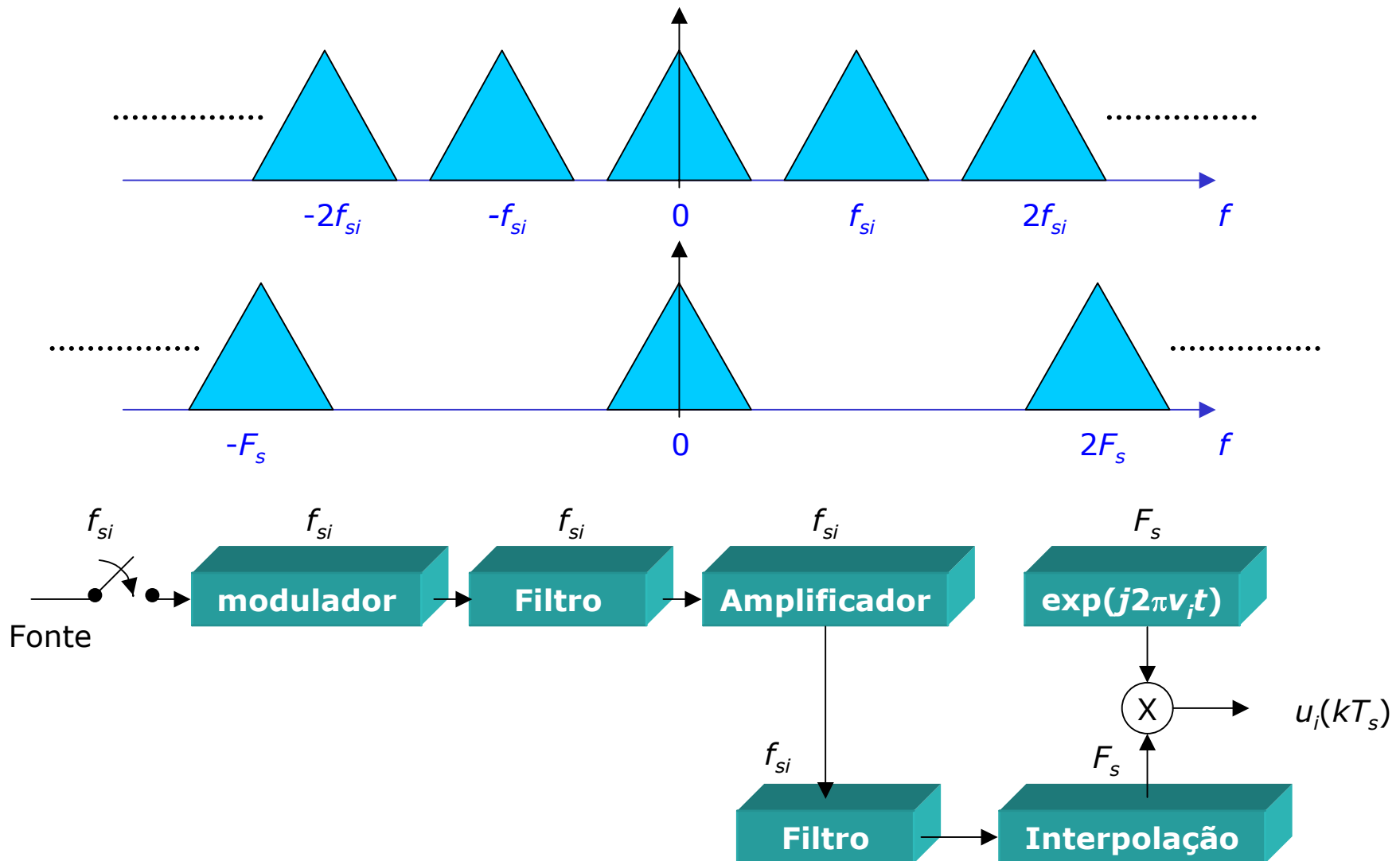
$$u_i(kT_s) = \tilde{S}_i(kT_s) \exp(j2\pi v_i kT_s)$$

$$v_i = f_i - f_0$$



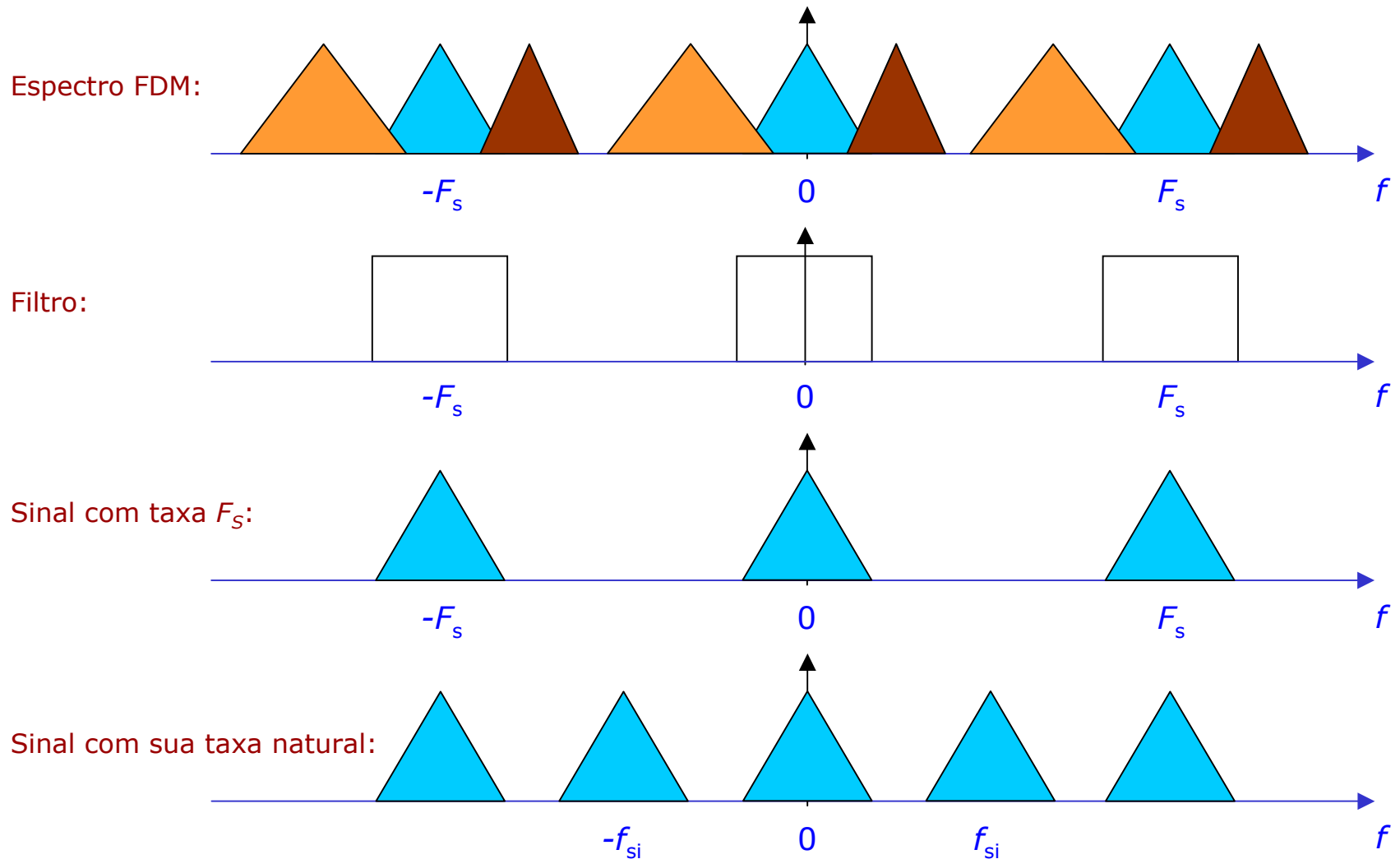
Problema: fontes individuais devem ser amostradas em  $F_s$ !

Alternativa: Amostrar as fontes individualmente a uma dada taxa  $f_{si}$  apropriada para suas bandas para, em seguida superamostrá-las antes de combiná-las.

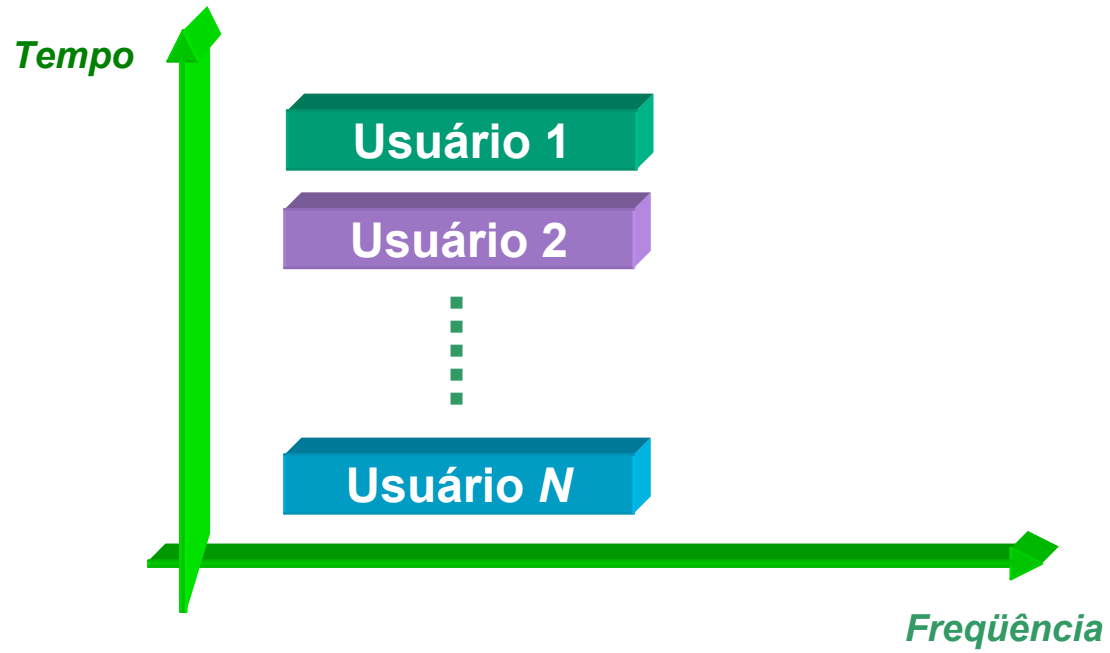


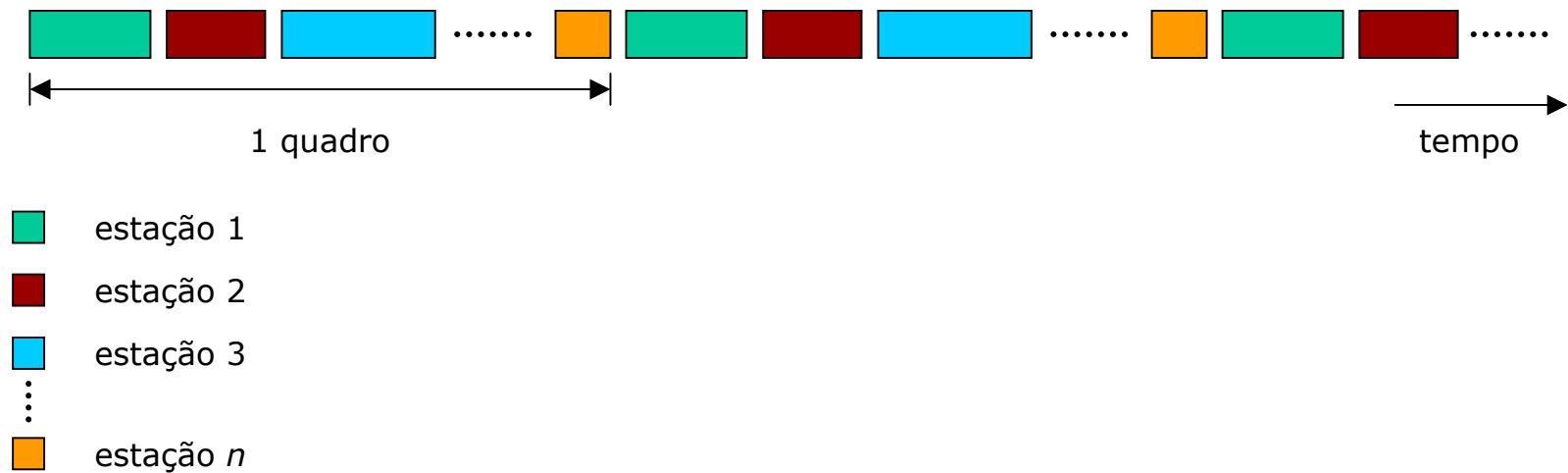


Receptor: Vantajoso trabalhar com taxa  $f_{si} \Rightarrow$  menor esforço computacional!



**TDMA:**





### Considerações sobre o projeto:

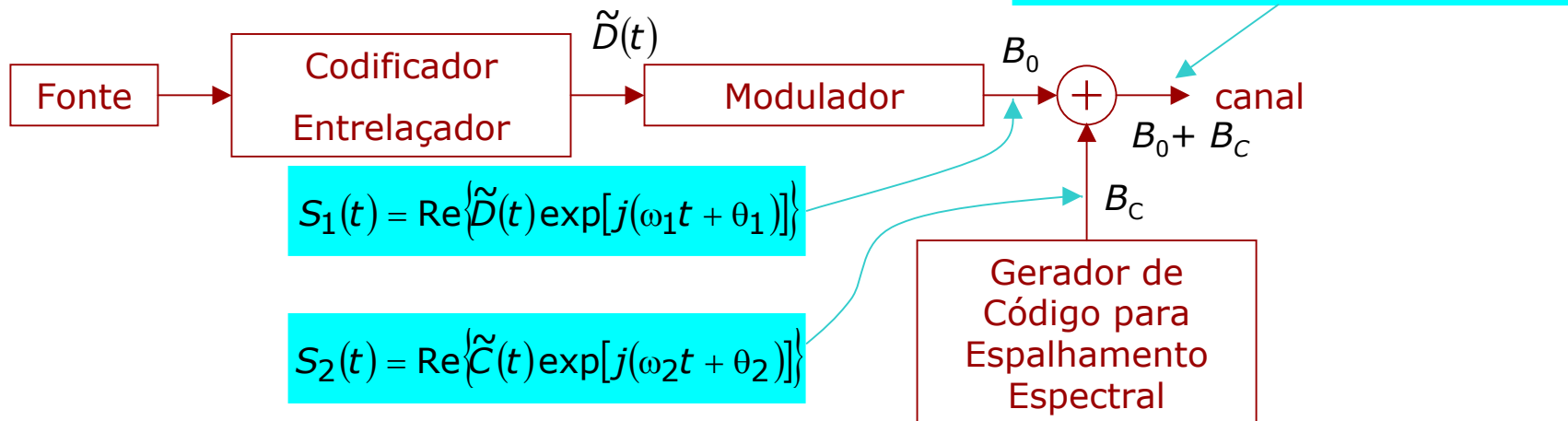
- tipo e localização das fontes,
- Mobilidade,
- sincronização,
- temporização,
- buffering, etc.

## CDMA:

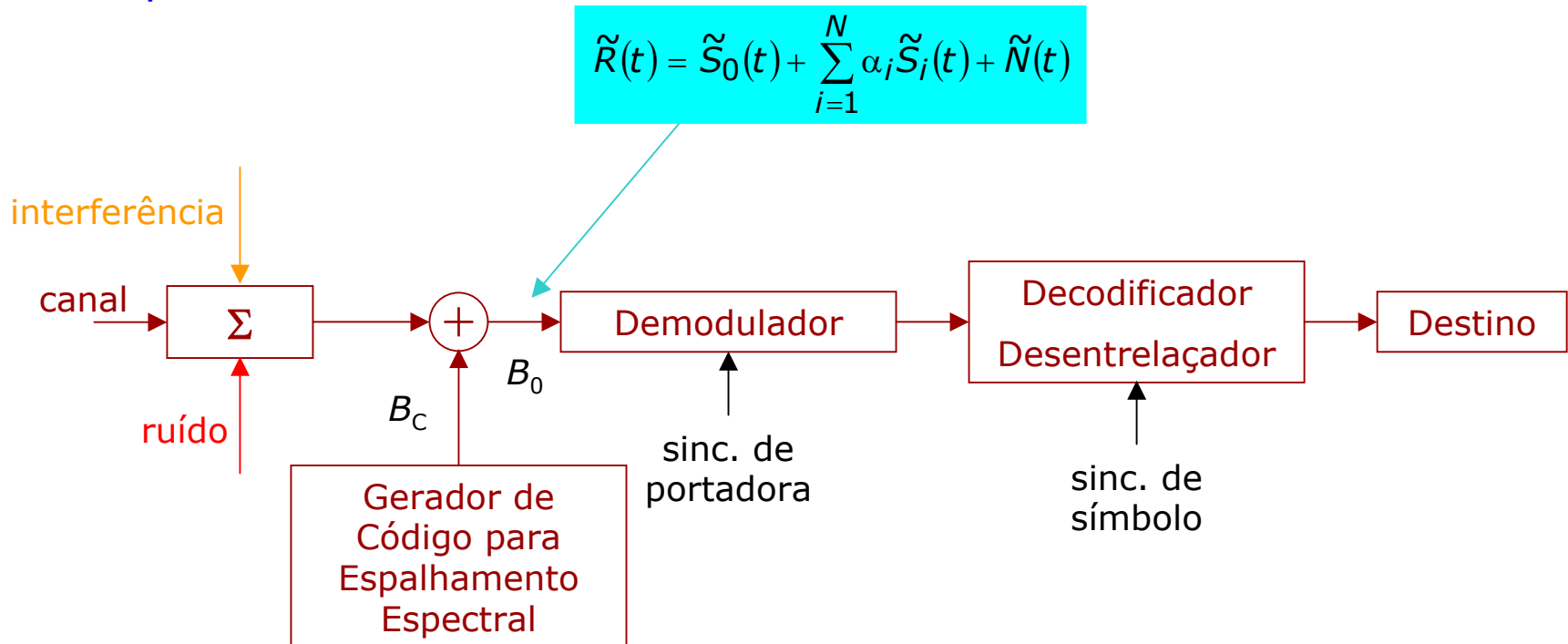


Implementação  $\Rightarrow$  espalhamento espectral

Transmissor:



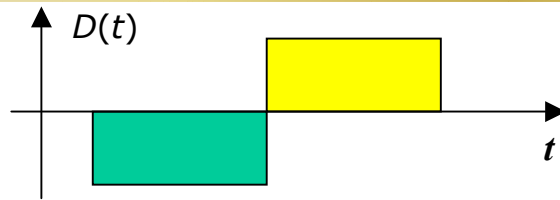
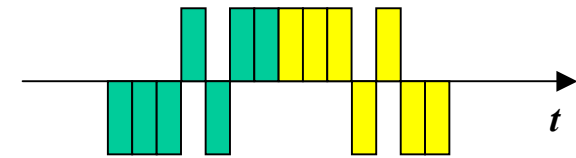
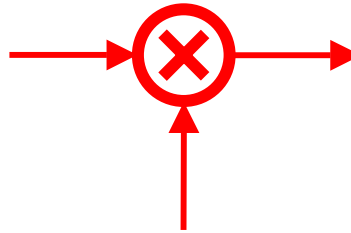
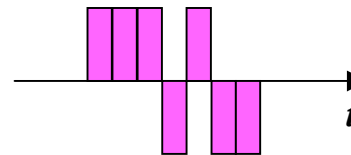
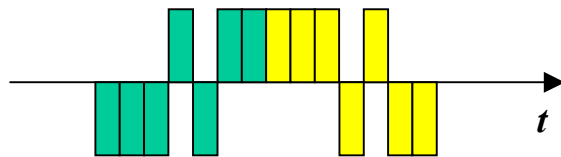
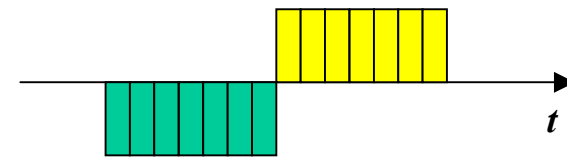
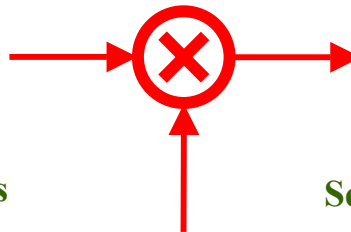
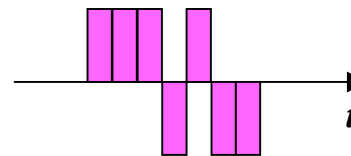
## Receptor:



Sinal de interesse  $i = 0$  e  $\alpha_i$  são as magnitudes dos vários sinais.

Recuperação da informação de interesse:

$$\tilde{D}_0(t) = \int \tilde{R}(t) \tilde{C}_0(t - \tau) dt$$

Seqüência binária, taxa =  $R_b$  bit/sSeqüência espalhada, taxa =  $NR_b$  chip/sSeqüência PN, taxa =  $NR_b$  chip/sSeqüência espalhada, taxa =  $NR_b$  chip/sSeqüência binária recuperada, taxa =  $R_b$  bit/sSeqüência PN, taxa =  $NR_b$  chip/s

## Propriedades dos códigos:

$$C_{ij}(\tau) = \int_{t \in P} \tilde{C}_i(t) \tilde{C}_j(t - \tau) dt$$

$P$  = período comum entre os códigos,  $\tau$  = atraso.

$C_{ij}(\tau)$  muito pequeno para  $i \neq j$ .

## Recuperação do sinal de interesse:

$$\tilde{S}_0'(t) = \{\tilde{R}(t) \times \tilde{C}_0(t)\} * h_d(t)$$

' indica valor estimado

$h_d(t)$  = filtro de dados

## 8.11 Fontes de Radiofreqüência

Portadora  $\Rightarrow$  senóide

Fontes de freqüências não precisam ser simuladas em sua totalidade.

Espectro da fonte  $\neq 0$

Portadora modulada:  $S(t) = A(t)\cos[\omega_c t + \phi(t) + \delta(t)]$

$A(t)$  e  $\phi(t)$  = informação

$\delta(t)$  = ruído de fase  $\Rightarrow$  processo fácil de gerar (gaussiano)

Equivalente passa-baixa:  $\tilde{S}(t) = A(t)\exp[j\phi(t) + j\delta(t)]$



## 8.12 Sincronização

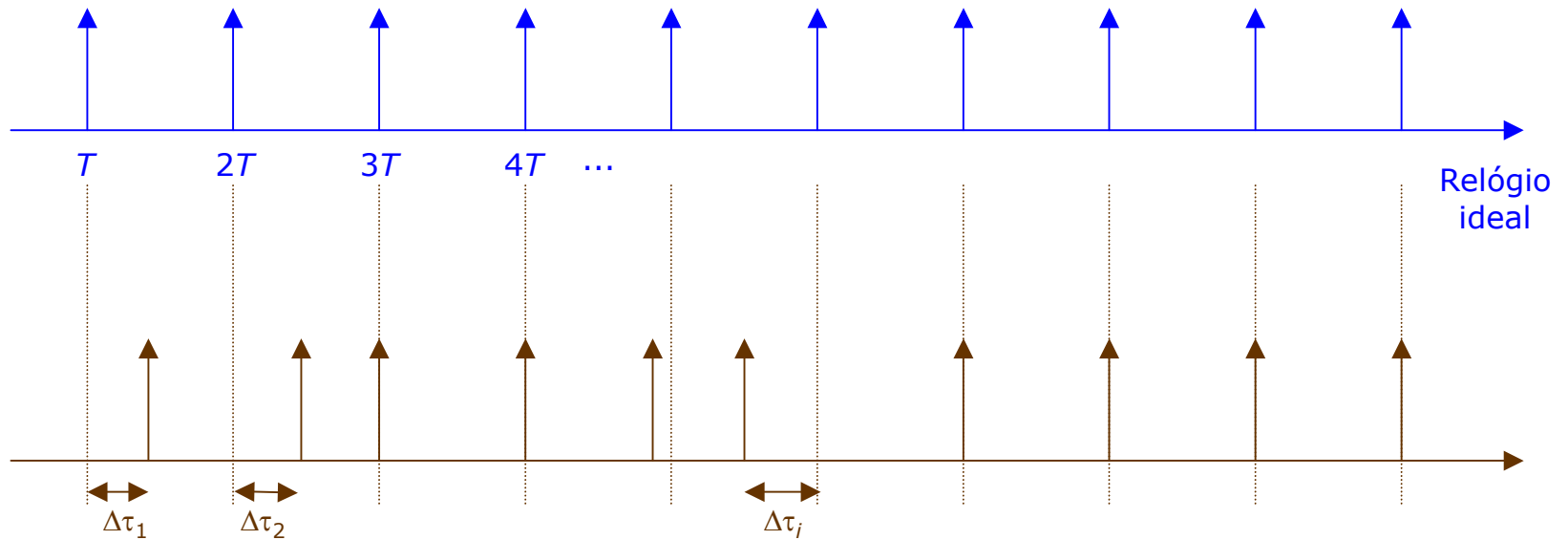
Detecção coerente: demodulador precisa de uma referência local de fase para realizar o sincronismo com o sinal modulado que chega.

Se a informação é transmitida de forma digital  $\Rightarrow$  receptor necessita gerar relógio de símbolo para a amostragem do sinal na saída do filtro casado.

Outros processos de sincronização: quadro, palavra, código, pacotes, etc.

Sincronização de portadora e de símbolo podem ser alcançados com ou sem sinais auxiliares.

**Desempenho:** medido em termos de polarizações e *jitter rms*.



Polarização : 
$$b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta\tau_i$$

Jitter rms = 
$$\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\Delta\tau_i - b)^2}$$

## Exemplo: BPSK e canal AWGN

Sinal recebido:  $S(t) = \pm Ap(t)\cos(\omega_c t + \theta) \quad 0 \leq t \leq T$

$p(t)$  = pulso retangular unitário

$n(t)$  = ruído gaussiano

Sincronismo de portadora = gerar um sinal no receptor com mesma frequência e fase da portadora:

$$C(t) = L \cos(\omega_c t + \hat{\theta}) \quad L = 2 \text{ (sem perda de generalidade)}$$

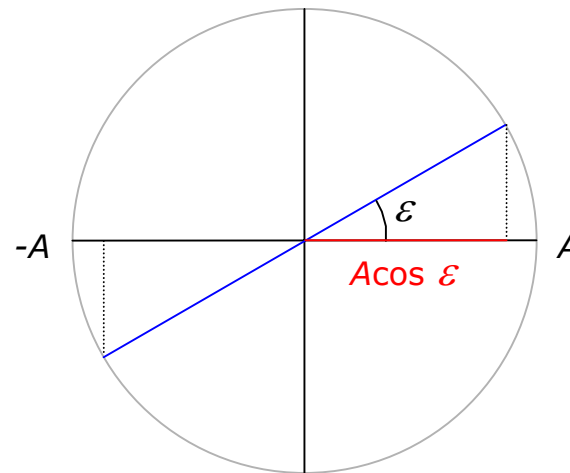
Sinal demodulado  $d(t)$ :

$$d(t) = \{[S(t) + N(t)]C(t)\}_{\text{passabaixa}} = \pm Ap(t)\cos \varepsilon + N_d(t)$$

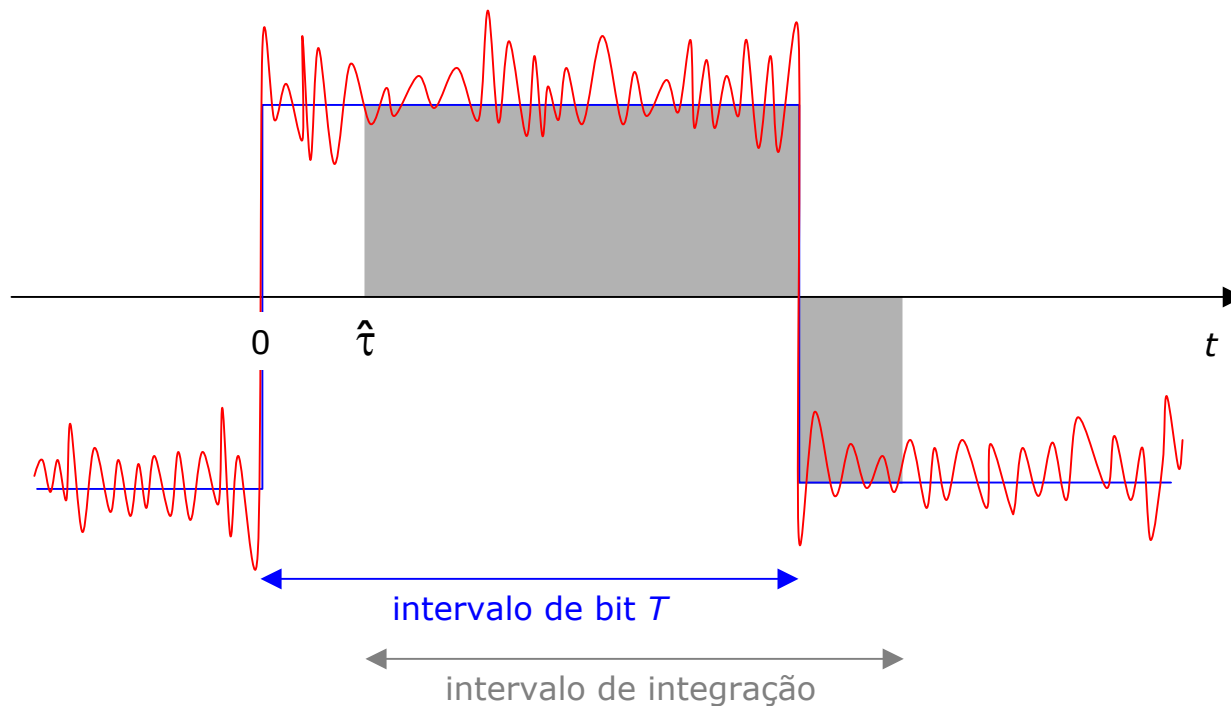
$N_d(t)$  = ruído demodulado e  $\varepsilon = \theta - \hat{\theta}$

O erro de fase reduz a amplitude do sinal demodulado de  $\cos \varepsilon$  e também induz o *crosstalk* (interferência).

Erro de fase em forma de fasor:



Pulso na saída do filtro casado necessita da informação de relógio para definir o intervalo de integração:



Pior caso: alternância dos bits 1 e 0  $\Rightarrow$  redução do período de integração em  $(T - 2\hat{\tau})/T \Rightarrow$  Potência é reduzida de  $(1 - 2\hat{\tau}/T)^2$

Se o erro de fase for de  $18^\circ$  (10% de  $180^\circ$ , a separação entre os dois fasores)  $\Rightarrow$  penalidade de potência de  $10\log_{10}(\cos^2 18^\circ) = 0,5$  dB.

Se o erro de relógio for de 10%  $\Rightarrow$  penalidade de potência de  $10\log_{10}(1-0,2)^2 = 2$  dB.

Na prática o erro de fase e de relógio não são constantes, pois são processos aleatórios que dependem da estrutura de implementação do sistema de sincronismo.

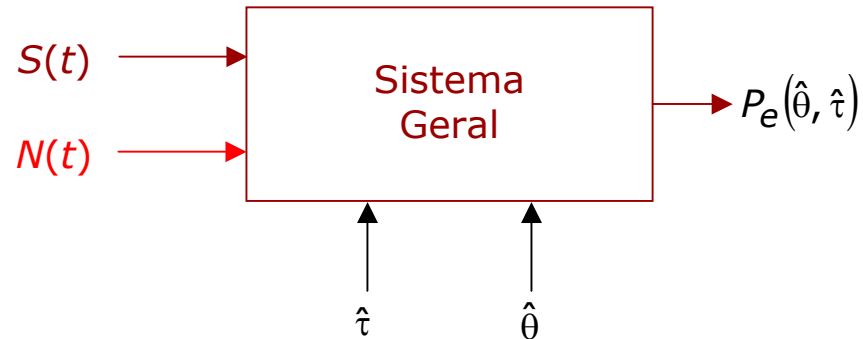
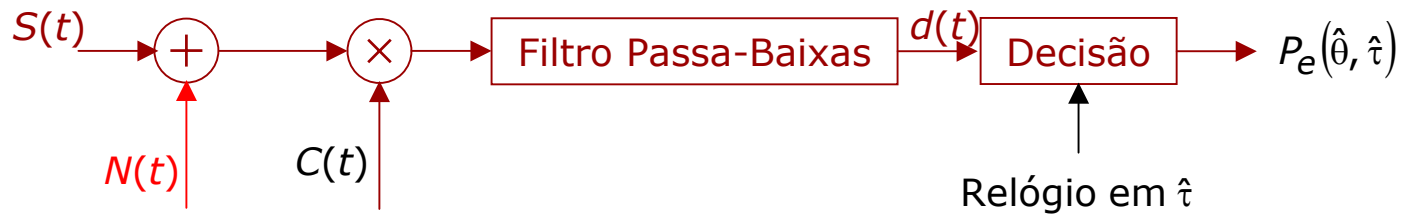
### 8.12.1 Aproximações para incluir a Sincronização na Simulação

O critério de desempenho pode estar também relacionado ao comportamento do transiente da estrutura tal como o tempo de aquisição.

Desempenho de *steady-state*: *jitter* e polarização.

Definição do operador decisão:  $\Xi(d) = P_e(\hat{\theta}, \hat{\tau})$

ou seja, dados o erro de fase e o de relógio, a probabilidade de erro associada ao sinal  $d(t)$  é  $P_e(\hat{\theta}, \hat{\tau})$ .





## Aproximações para simulação:

- assumir valores para o erro de fase e de relógio (ou um intervalo de valores);
- assumir que o erro de fase e de relógio são variáveis aleatórias  $\Rightarrow$  obtenção da probabilidade de erro média utilizando as PDF do erro de fase e do erro de relógio.

Geralmente, o erro de fase e de relógio são processos aleatórios que variam lentamente em comparação com a taxa de informação.

## 8.12.2 Sincronização Hardwired: Polarização de Fase e Relógio

Canal AWGN.

Sinal recebido:  $r(t) = \rho(t)\cos[\omega_C t + \phi(t)]$

$\rho$  = envoltória (inclui efeitos do ruído e de distorção)

$\phi$  = fase (inclui efeitos do ruído e de distorção)

Oscilador local de referência:  $C(t) = 2\cos(\omega_C t + \hat{\theta})$

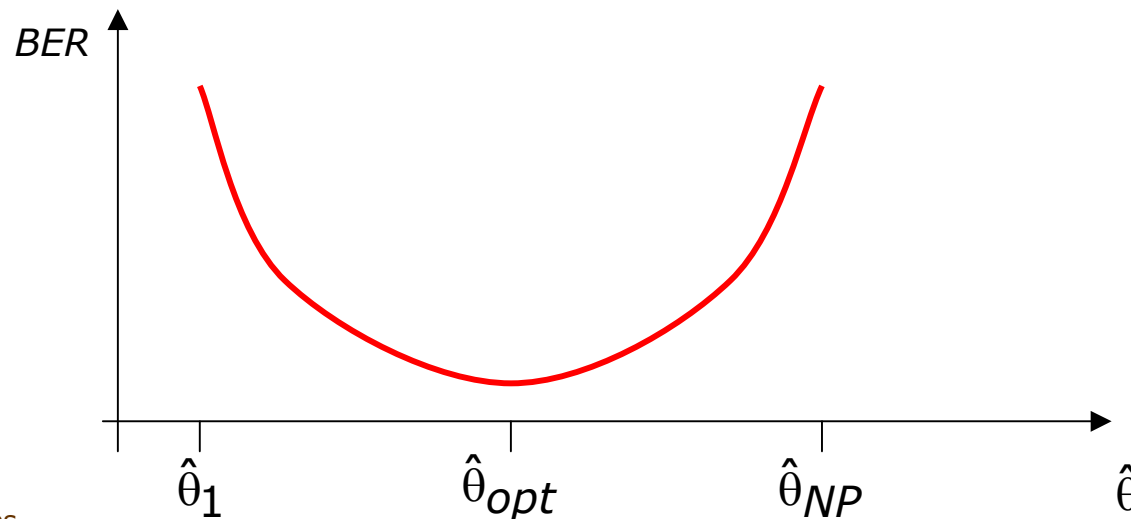
Sinal passa-baixas demodulado:

$$d(t) = [r(t)C(t)]_{passa-baixas} = \rho(t)\cos[\phi(t) - \hat{\theta}]$$

$d(t)$  é filtrado por um filtro casado e amostrado a cada  $\hat{\tau}$  para fazer a decisão.

Assim, os valores de  $\hat{\tau}$  e  $\hat{\theta}$  são fixados para a obtenção de  $P_e(\hat{\theta}, \hat{\tau})$ .

Exemplo: Suponha  $\hat{\tau}$  fixo e que obtemos a BER condicional  $P_e(\hat{\theta}, \hat{\tau} / \hat{\tau})$ . Então, deve-se usar um conjunto de valores discretos de  $\hat{\theta}$ . Tipicamente, os valores devem ser separados de  $2^\circ$  ou  $5^\circ$ . Assim,

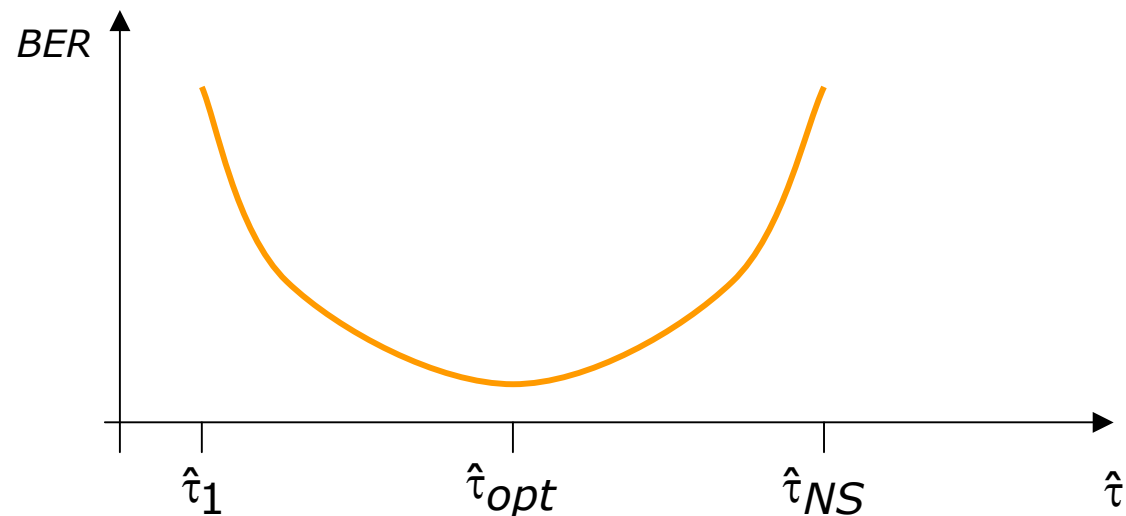


Existe um  $\hat{\theta} = \hat{\theta}_{opt}$  que minimiza a BER, portanto o resultado pode ser interpretado como sendo uma sensibilidade da BER à fase de referência, ou seja,  $\hat{\theta} - \hat{\theta}_{opt}$ .

Exemplo: Suponha  $\hat{\theta}$  fixo e que obtemos a BER condicional  $P_e(\hat{\theta}, \hat{\tau} / \hat{\theta})$

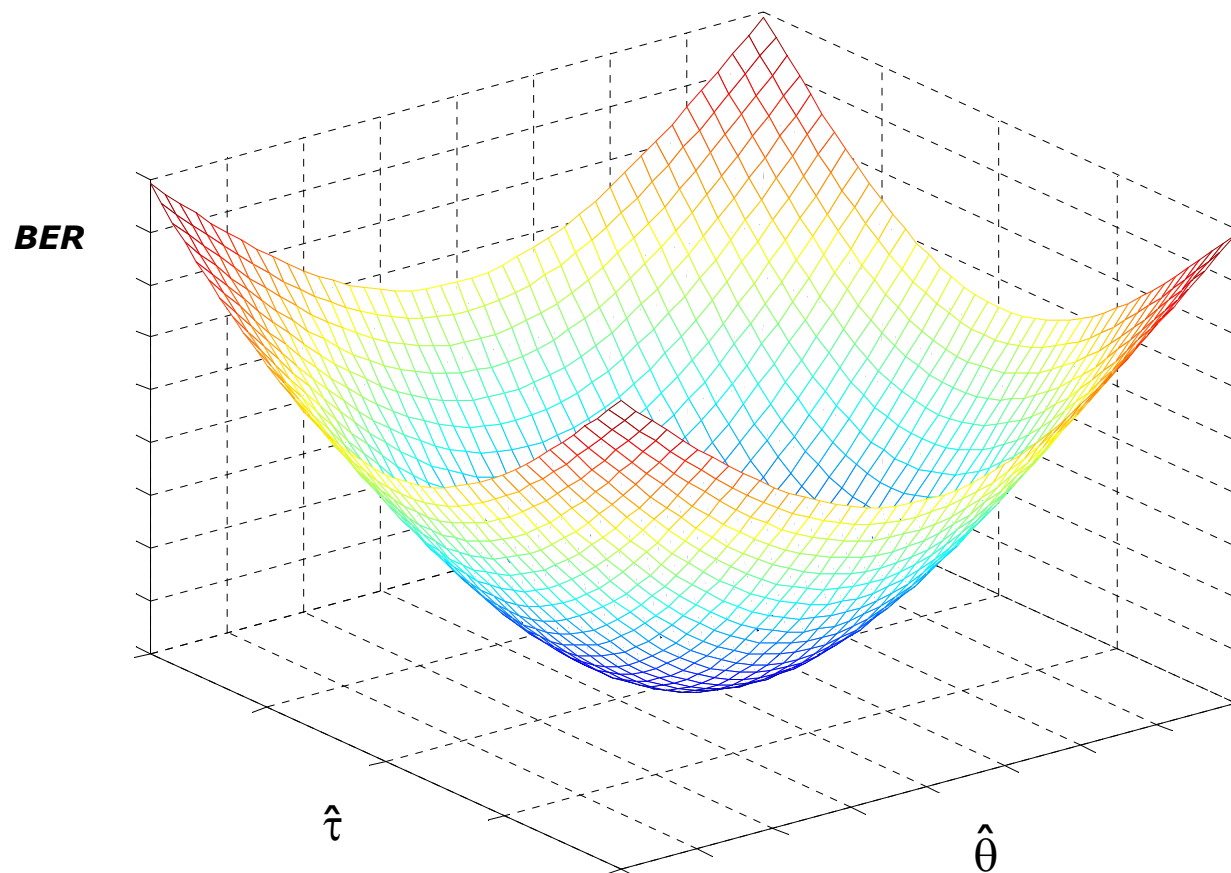
O conjunto de valores discreto de  $\hat{\tau}$  é também conhecido como pente de amostras.

Tipicamente, os valores são separados de 0,01 – 0,05 da duração de um símbolo. Assim,



NS = número de testes de relógio.

Se a BER for função do erro de fase e de relógio, temos:



## Comentários:

- custo computacional  $\Rightarrow$  baixo em termos de consumo de tempo, valores de  $NS$  e  $NP$  são da ordem de 10 na prática.
- encontrar bons valores iniciais para os erros de fase e de relógio  $\Rightarrow$  um bom valor inicial  $\Psi(f)$  para a fase é a fase da frequência de portadora  $\Psi(f_c)$ , enquanto o negativo do coeficiente angular de  $\Psi(f)$  determinado por ajustes de mínimos quadrados de primeira ordem é um bom ponto inicial de  $\hat{\tau}$  pois o atraso é definido por:

$$\hat{\tau} = -\frac{1}{2\pi} \frac{d\Psi(f)}{df}$$

### 8.12.3 Sincronização usando um Modelo de Processo Aleatório Equivalente

Médias estatísticas não reproduzem os aspectos do comportamento temporal dos erros.

Só é necessário definir um processo equivalente para ser injetado no receptor.

Problema: Como simular este processo equivalente?

Forma de onda recebida:  $r(t) = s(t) + N(t)$

$N(t)$  = ruído térmico.

Sinal:

$$s(t) = \rho(t) \cos[\omega_c t + \phi(t) + \delta(t) + \theta]$$

$\phi(t)$  = fase desejada

$\delta(t)$  = ruído de fase do oscilador e efeitos de distorção

Sinal recebido:  $r(t) = \rho'(t) \cos[\omega_c t + \phi(t) + \alpha(t) + \delta(t) + \theta]$

Circuito de recuperação de portadora é do tipo “*modulation wipeoff*”: tenta acompanhar a fase da portadora que chega, sem a modulação.

Oscilador local:  $C(t) = 2 \cos[\omega_c t + \hat{\delta}(t) + \hat{\theta} + \varepsilon(t)]$

$\varepsilon(t)$  = devido ao ruído térmico e outros termos de fase estimados.



Fazendo a multiplicação de  $r(t)$  por  $C(t)$  e filtrando passa-baixas temos:

$$d(t) = \rho(t) \cos[\phi(t) + \alpha(t) + \mu(t)]$$

$$\mu(t) = \delta(t) - \hat{\delta}(t) - \varepsilon(t) + \theta - \hat{\theta}$$

ruído de fase não rastreado

ruído de térmico rastreado

erro de fase estático = cte

Ignorando o erro de fase estático, temos  $\mu(t) =$  processo estocástico.

Sistema pode ser simulado sem o ruído de fase e  $\mu(t)$  pode ser inserido diretamente no sinal demodulado.

$\mu(t)$  é lento em comparação com o processo de informação  $\Rightarrow$  seus valores a cada  $T_s$  serão correlacionados  $\Rightarrow$  simulação deve ser longa em relação à banda do processo.

Este procedimento também se aplica à sincronização de símbolo!

## 8.12.4 Recuperação de Portadora – BPSK

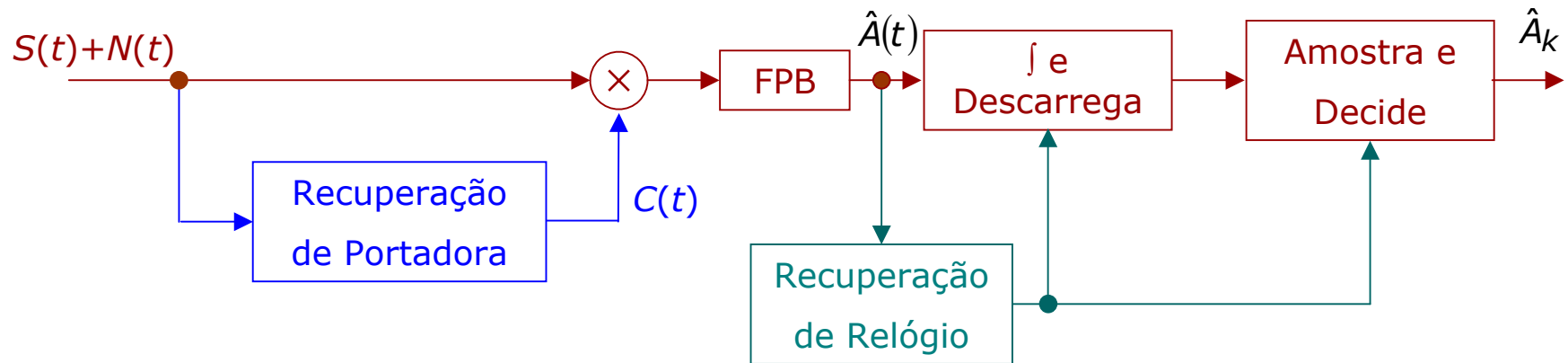
Sinal: 
$$S(t) = A(t)\cos(2\pi f_c t + \theta)$$

$$A(t) = \sum_k A_k p(t - kT_b - D)$$

$$A_k = \pm 1$$

$p(t)$  = pulso unitário de duração  $T_b$

$D$  = fase do relógio



Oscilador local:  $C(t) = \cos(2\pi f_c t + \hat{\theta})$

Transições:  $kT_b + \hat{D}$

Receptor tem que estimar a fase da portadora  $\theta$  e a fase do relógio  $D$ .

Geração de uma componente da portadora:

$$S^2(t) = A^2(t) \cos^2(2\pi f_c t + \theta) = \frac{A^2(t)}{2} + \underbrace{\frac{A^2(t)}{2} \cos(4\pi f_c t + 2\theta)}_{z_2(t)}$$

Mas  $\tilde{S}(t) = A(t) \exp(j\theta)$  então, a envoltória complexa de  $z_2(t)$  é:

$$\tilde{z}_2(t) = \frac{1}{2} \tilde{S}^2(t) \underset{A(t)=\pm 1}{=} \frac{1}{2} \cos(4\pi f_c t + 2\theta)$$

caso ideal

Assim, passando  $S^2(t)$  por um FPF, é possível isolar  $z_2(t)$ . Passando  $z_2(t)$  por um divisor de freqüência, a portadora de referência é obtida:

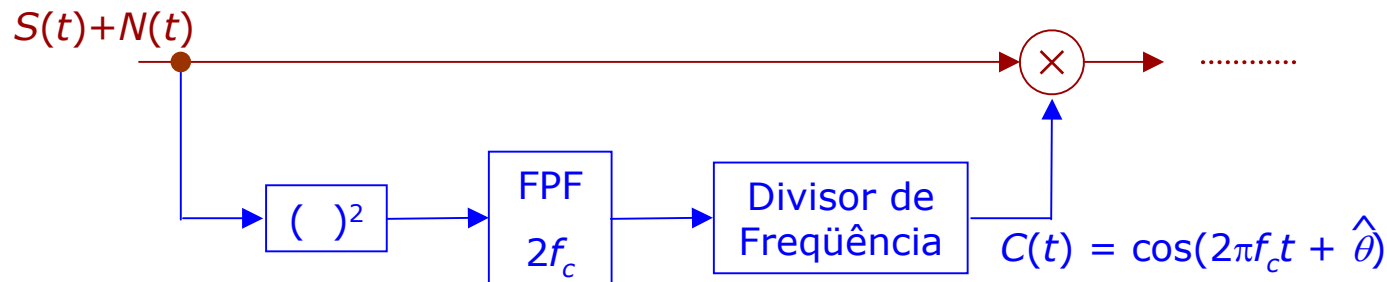
$$\cos(2\pi f_c t + \theta)$$

Esta portadora local é usada na demodulação coerente do sinal recebido para depois extrair o  $A(t)$  que é integrado e amostrado para se obter  $A_k(t)$ .

Na prática,  $S(t) + N(t)$  chega na entrada do receptor, o que causa erro na fase recobrada.

O valor do *jitter* será uma função da potência do ruído  $\Rightarrow \theta = \theta(t)$ .

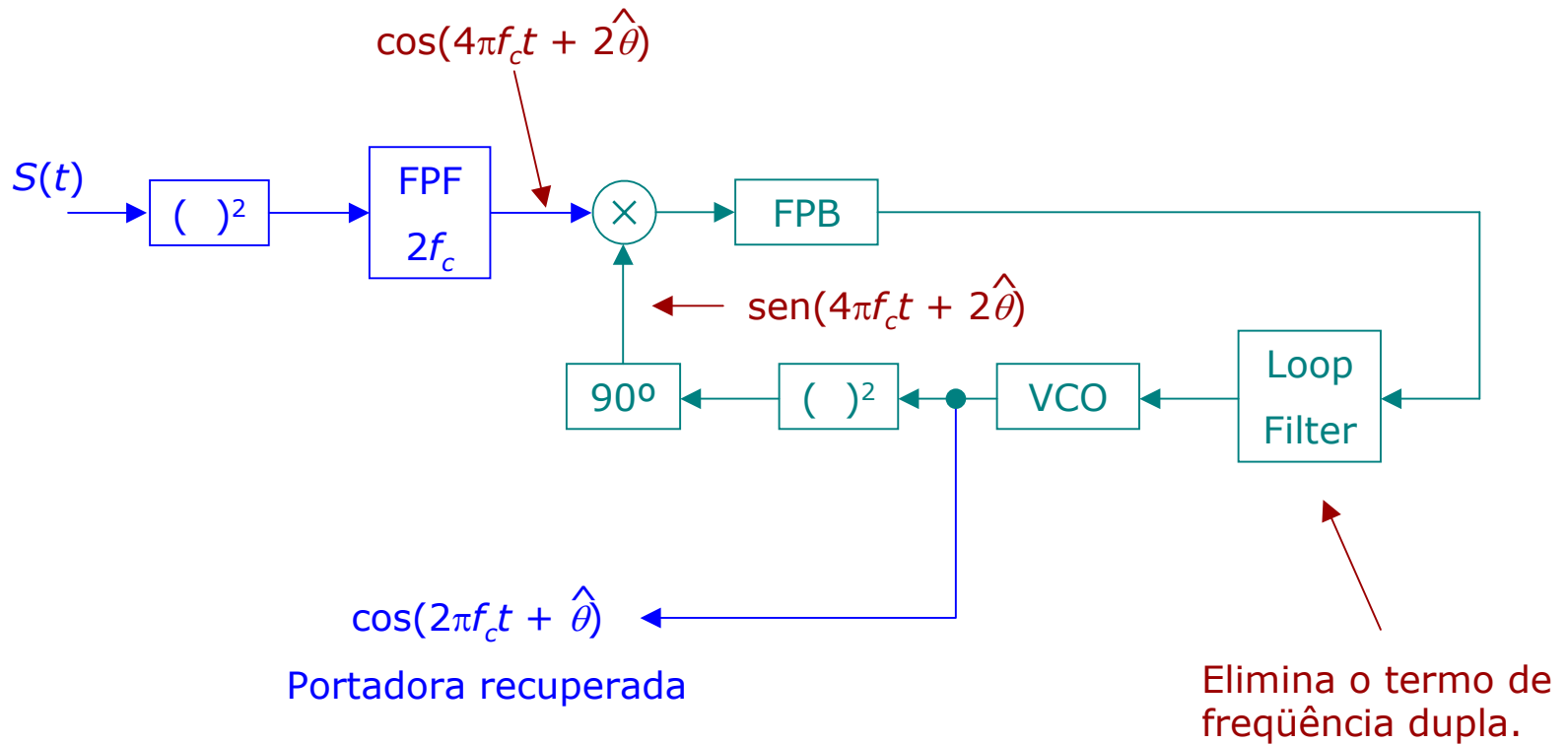
Estrutura que gera a portadora local para entrada BPSK sem ruído e sem distorção:



Frequência  $f_c$  precisa e  $\theta$  constante!

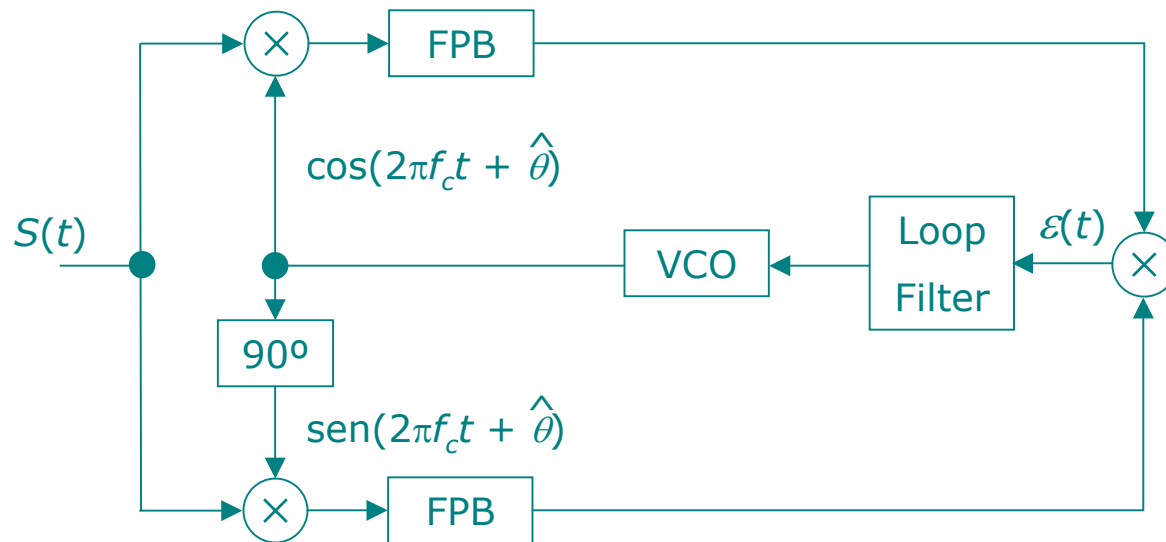
Entretanto, filtro deve ser estreito o bastante para diminuir o ruído e largo o bastante para acomodar instabilidades da frequência da portadora que chega.

## Solução: PLL – phase-locked loop.



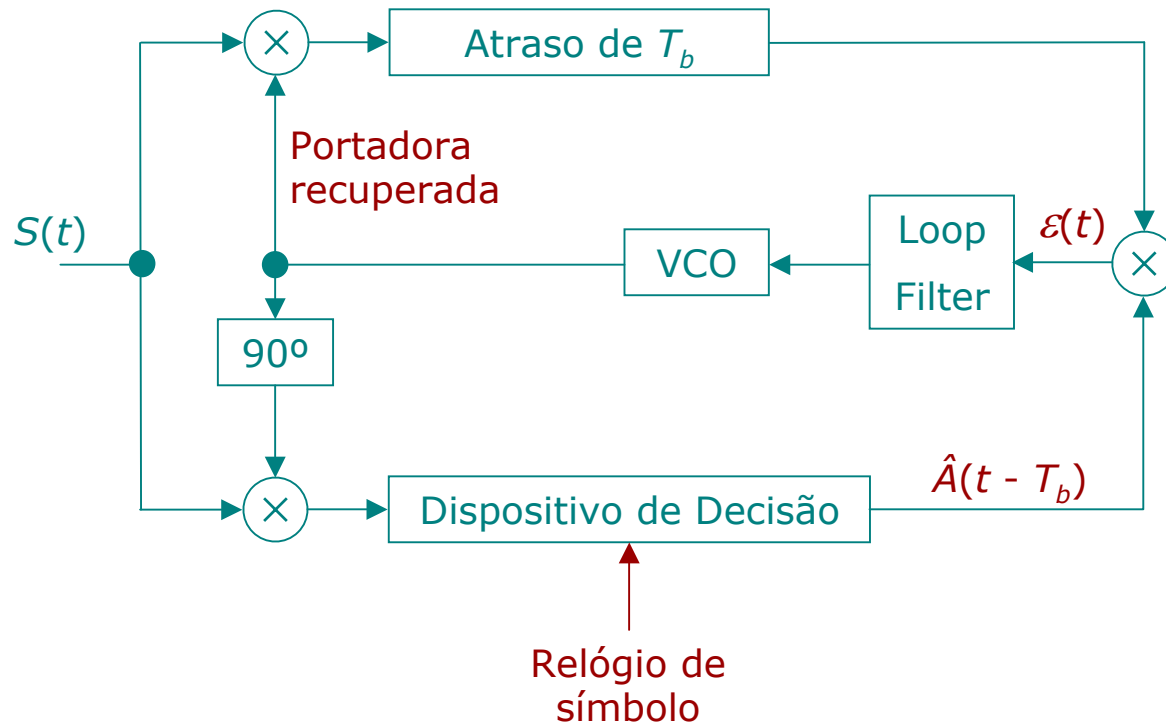
Alternativas:

Costas loop:

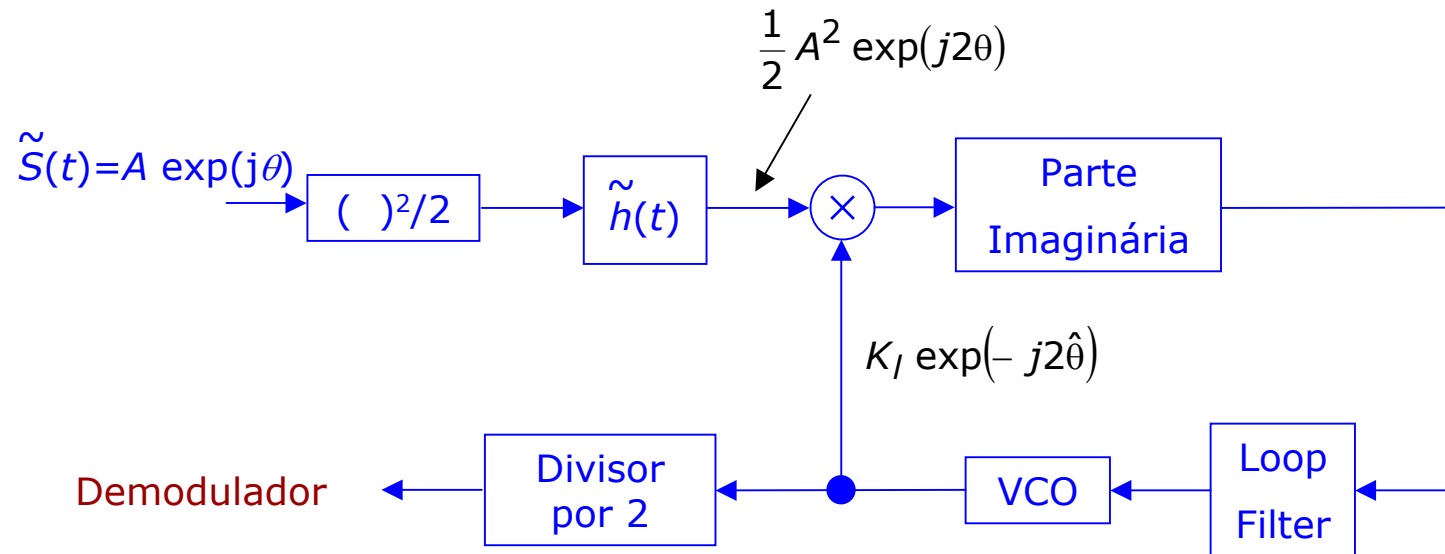




## Loop de decisão direta:



## Versão passa-baixas do *squaring loop*:



$\hat{\theta}(t)$  varia mais vagarosamente que  $A(t) \Rightarrow$  a forma de onda dentro do PLL pode ser fortemente superamostrada.

### 8.12.5 Recuperação de Relógio para o BPSK:

Assumimos que a recuperação de relógio é independente da recuperação de portadora e que a modulação e a demodulação são implementadas de forma ideal.

Sinal transmitido em banda base:

$$A(t) = \sum_k A_k p(t - kT_b - D)$$

é recuperado no receptor banda base. Assim, a informação  $\{A_k\}$  é recuperada se os pulsos de relógios gerados localmente estão sincronizados com o sinal recebido.

O relógio é um sinal periódico  $P(t)$  cujo período é  $T_b$  e cujos cruzamentos de zero ocorrem a  $\{t - kT_b - D\}$ , ou seja:

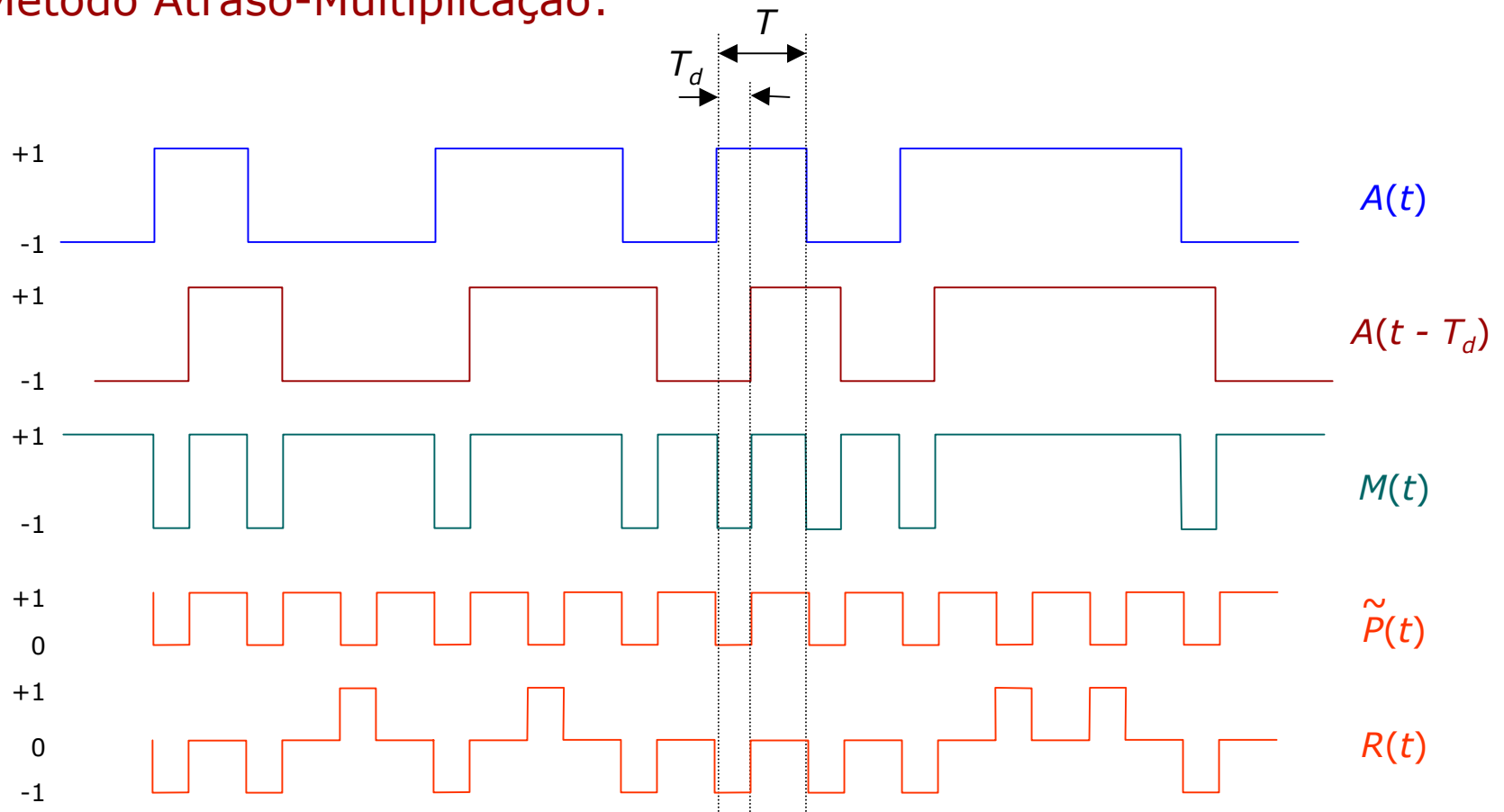
$$P(t) = \sum_k g(t - kT_b - D)$$

$g(t)$  é um pulso de duração  $< T_b$ .

A borda de subida do relógio é usada para controlar a observação do dispositivo de decisão.

Assim, a recuperação de relógio depende da natureza de  $p(t)$ .

**Método Atraso-Multiplicação:**

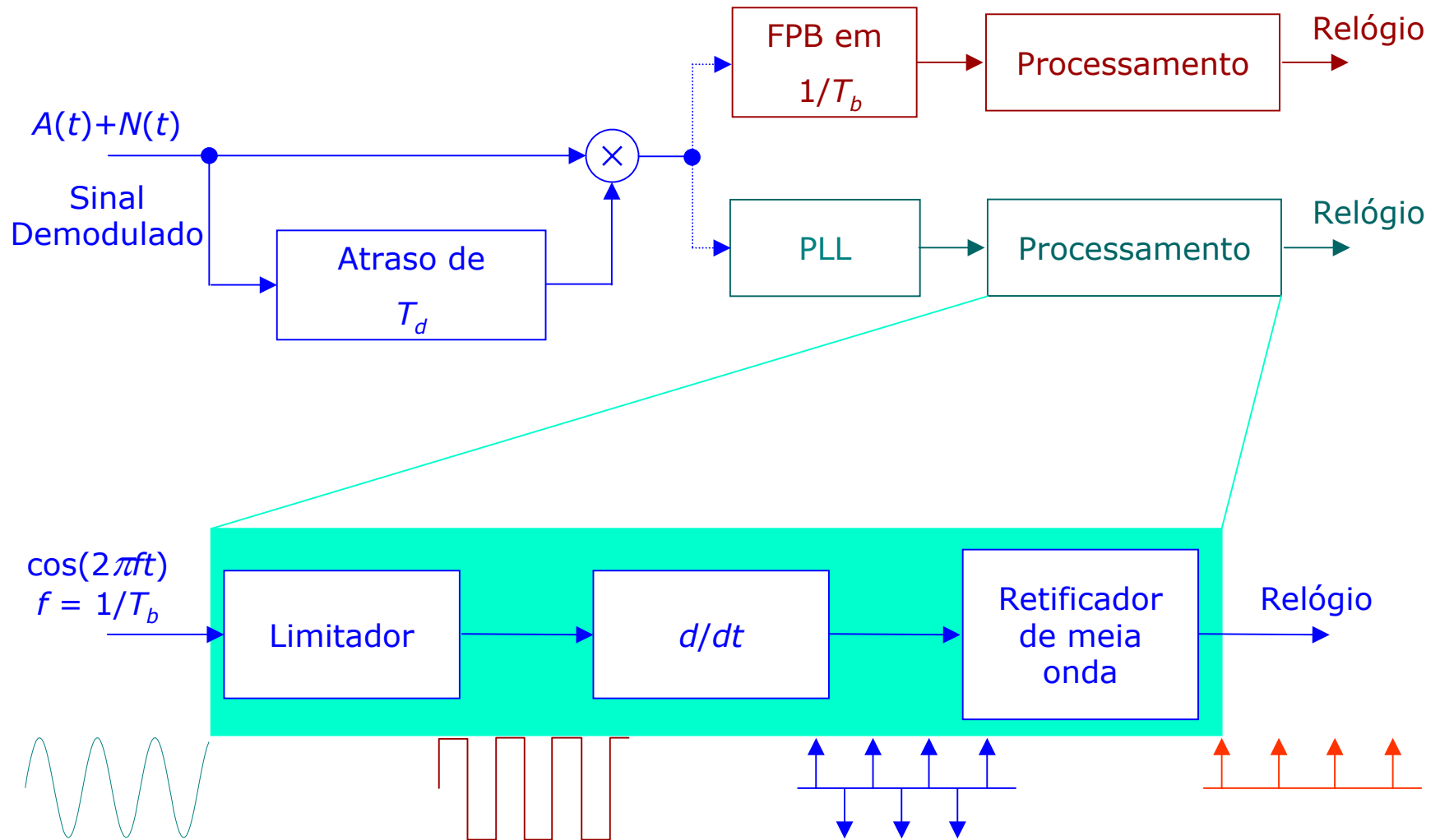


$$M(t) = A(t) A(t - T_d)$$

Pode ser decomposta em uma componente periódica e outra não-periódica:

$$M(t) = \tilde{P}(t) + R(t)$$

$\tilde{P}(t)$  possui harmônicas em múltiplos de  $1/T_b$ .



Parte superior do circuito anterior é suficiente para obter o relógio se o ruído é desconsiderado.

A potência de um tom em  $1/T_b$  na saída do FPB é dada por:

$$\left(\frac{T_d}{T_b}\right)^2 \left[ \frac{\text{sen}(\pi T_d/T_b)}{\pi T_d/T_b} \right]^2$$

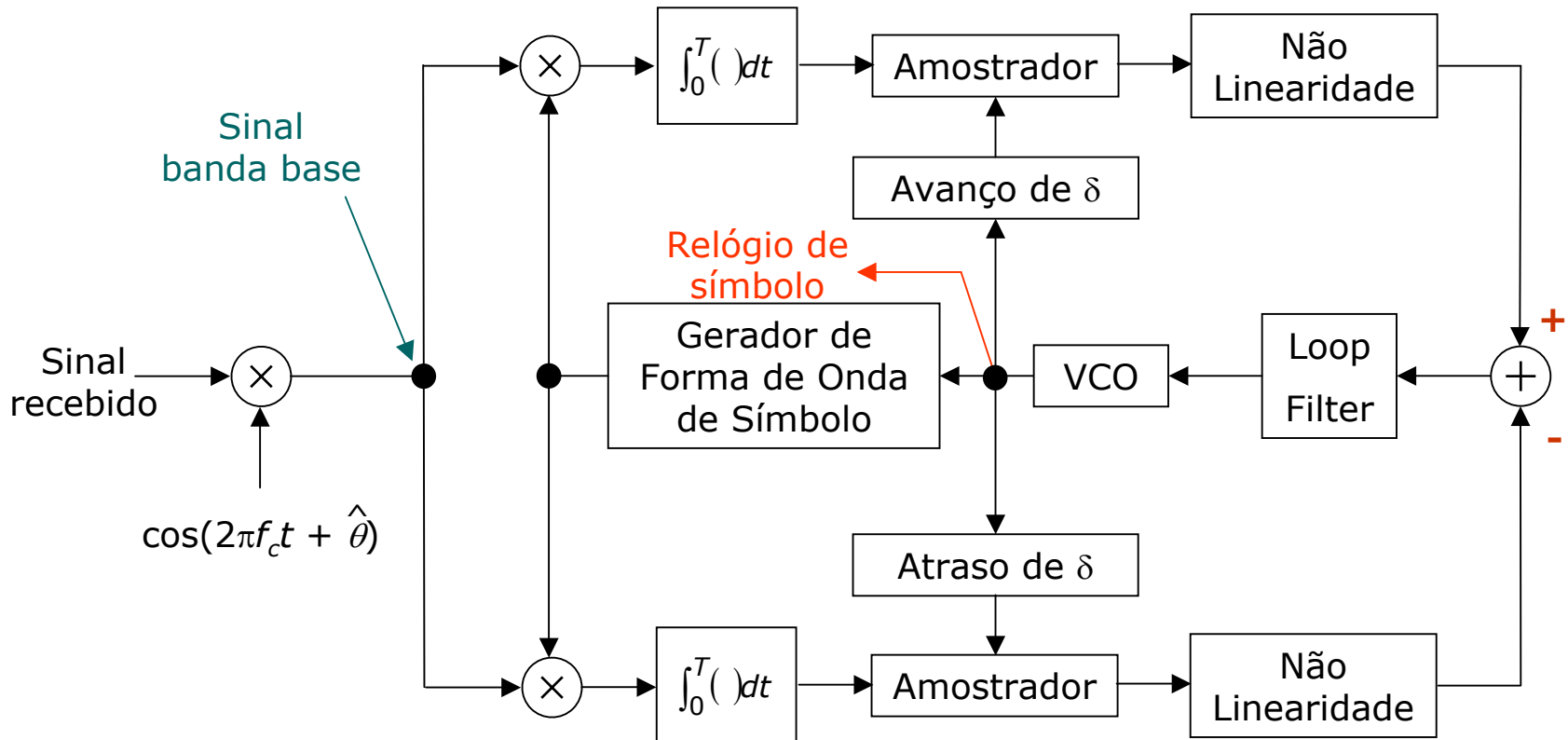
Enquanto que a potência da componente aleatória é dada por:

$$\left(\frac{T_d^2}{T_b}\right) \left[ \frac{\text{sen}(\pi T_d/T_b)}{\pi T_d/T_b} \right]^2 B$$

$B$  = largura do FPB (ou loop) ao redor de  $f = 1/T_b \Rightarrow$  melhor valor para  $T_d = T_b / 2$ .

O ruído induz ao *jitter* nos cruzamentos de zeros do relógio  $\Rightarrow$  pode ser reduzido utilizando um PLL para amarrar o tom em  $f = 1/T_b$ .

Sincronizador de bit *early-late-gate*:





## 8.12.6 Recuperação de Portadora para QPSK

Sinal: 
$$S(t) = a(t)\cos(2\pi f_c t + \theta) + b(t)\text{sen}(2\pi f_c t)$$

onde  $a(t)$  e  $b(t)$  são variáveis aleatórias independentes,  $\theta$  é aleatória mas constante.

Em um intervalo de símbolo:

$$S(t) = A\cos(2\pi f_c t + \phi_k + \theta), \quad kT_S \leq t \leq (k+1)T_S$$

onde  $A$  é constante e  $\phi_k$  assume os valores  $0, \pi/2, \pi$  e  $3\pi/2$ .

$$S(t) = \text{Re}\{\tilde{S}(t)\exp(j2\pi f_c t)\}$$

A envoltória complexa é dada por:

$$\begin{aligned}\tilde{S}(t) &= [a(t) + b(t)] \exp[j\theta] \\ &= A \exp(j\phi_k + \theta) \quad kT_S \leq t \leq (k + 1)T_S\end{aligned}$$

Um modo de se obter o sincronismo de portadora para o QPSK  $\Rightarrow$  loop de quarta potência ou loop quádruplo (generalização do método *squaring-loop*).

Caso particular do loop de  $M$ -ésima potência ( $M$ -PSK):

$$x(t) = A \cos(2\pi f_c t + \phi_k + \theta), \quad kT_S \leq t \leq (k + 1)T_S$$

onde  $T_S$  é a duração de um símbolo e  $\phi_k$  é o ângulo correspondente ao  $k$ -ésimo símbolo.

$$\phi_k = 0, \frac{2\pi}{M}, 2\frac{2\pi}{M}, 3\frac{2\pi}{M}, 4\frac{2\pi}{M}, \dots, (M - 1)\frac{2\pi}{M}$$

Elevando  $x(t)$  a  $M$ -ésima potência temos:

$$x^M(t) = \frac{1}{2^M} \sum_{k=0}^M \binom{M}{k} [\tilde{x}(t)]^k [\tilde{x}^*(t)]^{M-k} \exp[j2\pi f_c(2k + M)t]$$

Considerando a soma dos termos  $k = 0$  e  $k = M$ , temos:

$$z_M(t) = \frac{1}{2^{M-1}} A^M \cos(2\pi M f_c t + M\phi_k + M\theta), \quad kT_s \leq t \leq (k+1)T_s$$

ou

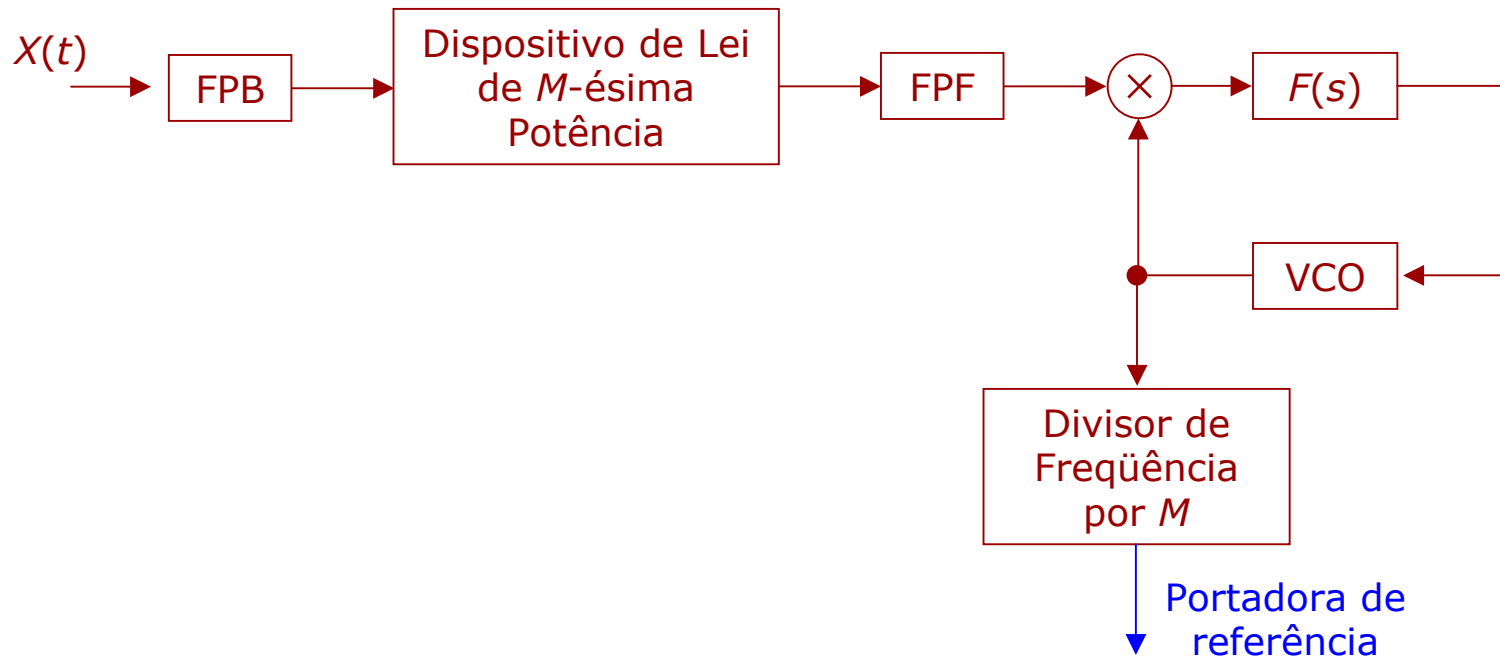
$$\tilde{z}_M(t) = \frac{1}{2^{M-1}} A^M \exp j(M\phi_k + M\theta) = \frac{1}{2^{M-1}} \tilde{S}^M(t)$$

Como  $M\phi_k = \text{múltiplo inteiro de } 2\pi$ , temos:

$$z_M(t) = \frac{1}{2^{M-1}} A^M \cos(2\pi M f_c t + M\theta)$$

e

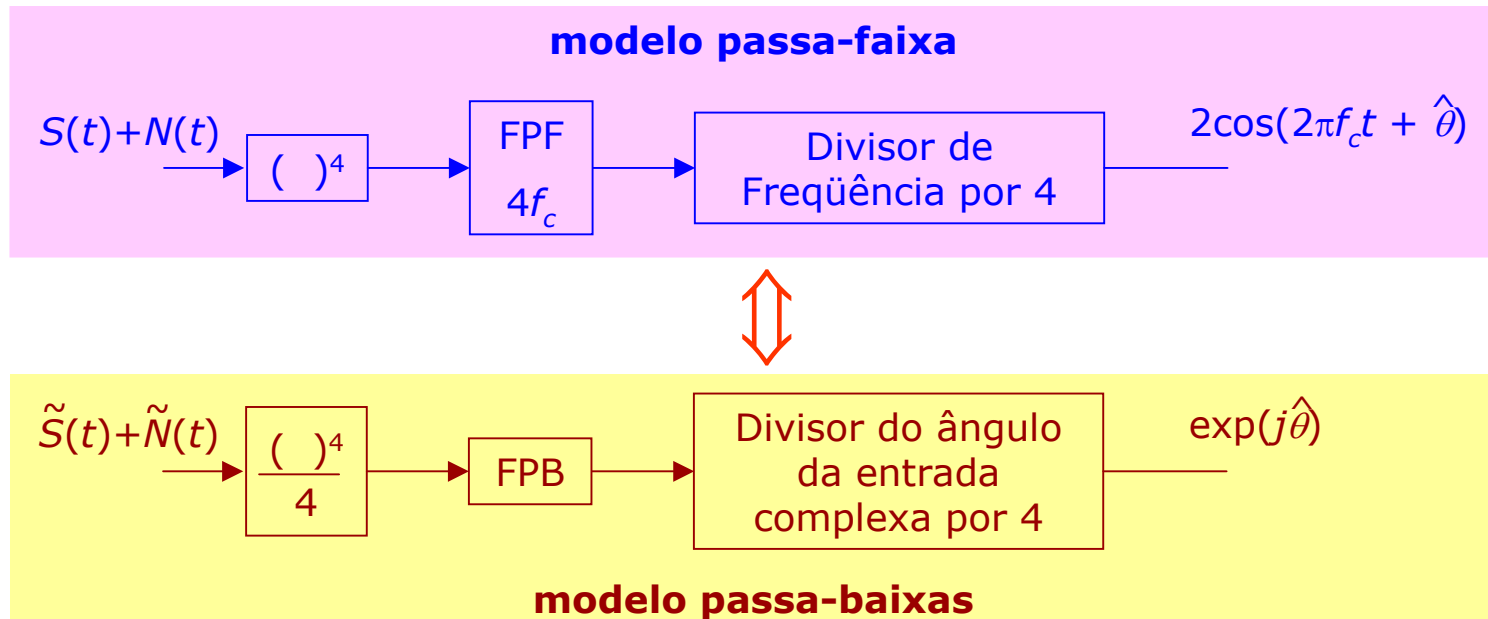
$$\tilde{z}_M(t) = \frac{1}{2^{M-1}} A^M \exp(jM\theta)$$



Para  $M = 4$ , temos especificamente:

$$\tilde{z}_4(t) = \frac{1}{8} \tilde{S}^4(t) = \frac{A^4}{8} \exp(j4\theta)$$

A envoltória complexa de  $S^4(t)$  na vizinhança de  $4f_c$  é proporcional a  $\tilde{S}^4(t)$ , assim:



## 8.12.7 Recuperação de Relógio para QPSK

Pode ser usado um esquema do tipo atrasa-e-multiplica. Sinal produto:

$$Z(t) = S(t)S(t - T_d)$$

com  $T_d \approx T_s/2$  tendo uma componente periódica forte na taxa de relógio. Esta componente pode ser extraída por um FPF ou um VCO sintonizado na taxa de relógio.

Representação da extração do relógio por meio da representação de envoltória complexa:

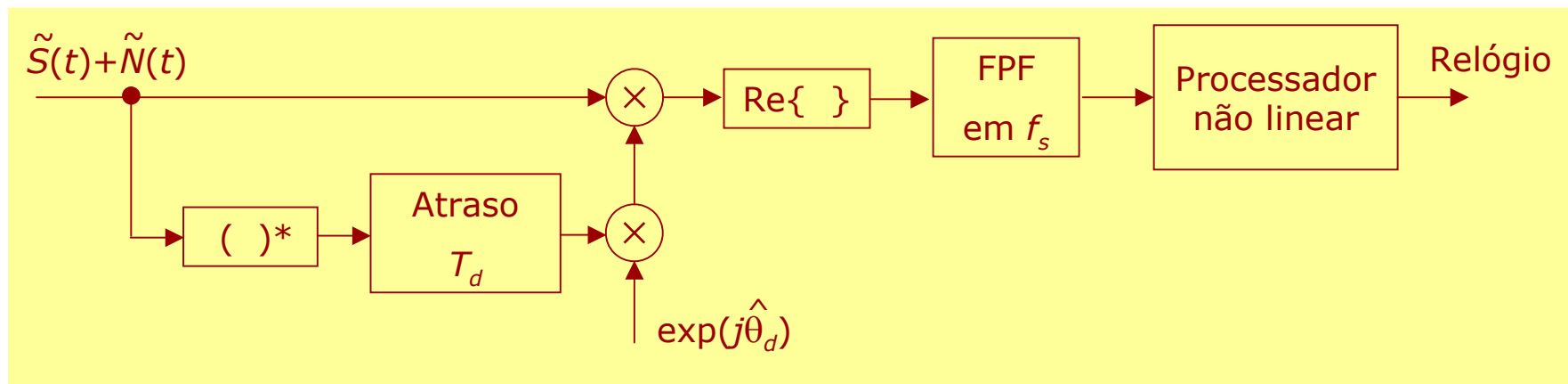
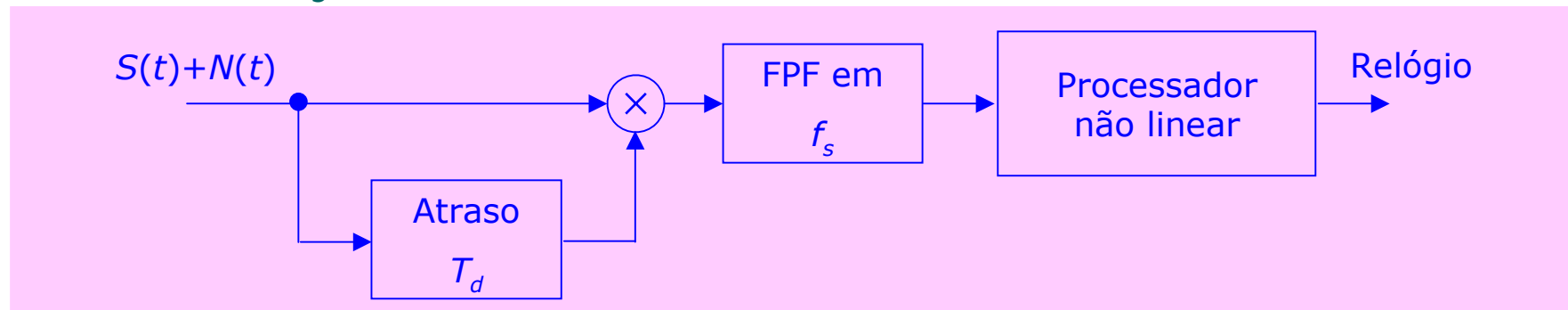
$$\begin{aligned} Z(t) = & \frac{1}{2} \{A(t)A(t - T_d) + B(t)B(t - T_d)\} \cos(\theta_d) + \\ & - \frac{1}{2} \{B(t)A(t - T_d) + A(t)B(t - T_d)\} \sin(\theta_d) + \\ & + \text{termos em } 2f_c \end{aligned}$$

onde  $\theta_d = 2\pi f_c T_d$ .

Ignorando os termos de frequência dupla, temos:

$$Z(t) = \text{Re}\{\tilde{S}(t)\tilde{S}(t - T_d)\exp(j\theta_d)\}$$

A componente de relógio pode ser extraída através de um FPF centrado em  $f_s$ , ou um VCO:



## 8.13 Calibração das Simulações

A medida de parâmetros de desempenho requer implicitamente o conhecimento das condições sob as quais a medida foi feita, de modo a interpretá-la apropriadamente.

Exemplo: a BER só possui significado quando acompanhada da  $E_b/N_0$ . Precisamos “calibrar” a  $E_b/N_0$  ou seja, saber o que ela é (medida feita por um técnico).

BER pode ser influenciada por outros fatores: sincronismo de bit, banda de filtros, características dos amplificadores, taxa de codificação, etc.  $\Rightarrow$  dados do sistemas e não condições a serem determinadas no processo de calibração.

O processo de calibração pode ser visto como uma modelagem de uma instrumentação real que pode ser usada para medir as condições de interesse.



Os parâmetros ou condições que podemos relacionar com a calibração são:

- níveis dos sinal,
- níveis do ruído,
- níveis da interferência,
- referências de relógio e de fase,
- *jitter* de fase e de relógio, e
- polarizações em geral.

**Calibração de SNR ou  $E_b/N_0$  para sinalização digital:**

**a) Nível de potência do sinal:**

Sinal passa-faixa na entrada do receptor:

$$Z(t) = A(t)\cos(\omega_c t) + B(t)\text{sen}(\omega_c t)$$

Potência média do sinal:

$$\begin{aligned} P_Z &= \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} z^2(t) dt \\ &= \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} \frac{1}{2} [A^2(t) + B^2(t)] dt \end{aligned}$$

ou

$$P_Z = \lim_{T_0 \rightarrow \infty} \frac{1}{2T_0} \int_{-T_0}^{T_0} |\tilde{z}(t)|^2 dt$$

Na simulação  $P_Z$  é aproximado utilizando tempo discreto e um intervalo de observação finito:

$$P_Z \approx \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N |\tilde{z}(nT_s)|^2$$

$N$  = número de amostras da forma de onda.

Se o sinal transmitido carrega  $k$  bits por intervalo de sinalização  $T$ , a energia  $E_s$  e a energia por bit  $E_b$  são dadas por:

$$E_b = E_s/k = P_z T/k$$

Escolha do sinal  $Z(t)$  a ser calibrado:

- gerar  $Z(t)$  o mais próximo possível de um sinal operacional.

Exemplo:

$Z(t)$  pode ter vindo do bloco anterior que realiza um processamento não linear  $\Rightarrow Z(t)$  difícil de se obter sem simular.

Para um sinal estatisticamente balanceado,  $N$  não precisa ser muito grande para estimar  $P_z$ .

Se a memória do sistema é finita e de duração igual a  $m$  símbolos, costuma-se utilizar neste contexto uma seqüência PN como transmissor.

Se  $N$  é o período completo da seqüência,  $P_z$  obtida da relação abaixo será precisa.

$$P_z \approx \frac{1}{2N} \sum_{n=1}^N |\tilde{z}(nT_s)|^2$$

Para um alfabeto  $L$ -ário, o comprimento de seqüência PN é  $L^m \Rightarrow$  número muito grande!

Mudanças no projeto do sistema fará com que uma recalibração seja feita.

Um modelo mais simples permite que a calibração seja feita analiticamente. Suponha que os sinais modulantes possam ser expressos por:

$$A(t) = \sum A_n g(t-nT)$$

$$B(t) = \sum B_n g(t-nT)$$

onde  $A_n$ ,  $B_n$  são obtidas de alfabetos indênticos  $L$ -ários e  $g(t)$  é um pulso. Então, a potência média em  $A(t)$  e de  $B(t)$  é dada por:

$$P_A = \frac{E[A_n^2]}{T} \varepsilon_g$$

onde a energia do pulso é dada por:

$$\varepsilon_g = \int_{-\infty}^{\infty} g^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} |G(f)|^2 df$$

Então,

$$P_Z = \frac{E[A_n^2]}{T} \varepsilon_g$$

A expressão acima pode ser pré-computada.

Uma escolha mais conveniente que estas duas anteriores é utilizar a portadora sem modulação:

$$Z(t) = A \cos(\omega_c t)$$

onde

$$P_Z = A^2/2$$

A significância desta expressão é que ela é a potência máxima disponível e fornece uma referência fixa em respeito a qual curva de BER pode ser mostrada e comparada.

Para o sinal QAM, a potência é dividida pelos dois canais, então a máxima energia por símbolo por canal será  $A^2T/4$ . Energia total por símbolo =  $A^2T/2$ .

Note que é preciso calibrar também as regiões de decisão, o que envolve o estabelecimento de níveis ou regiões angulares correspondente a diferentes símbolos transmitidos.

### **b) Nível de potência do ruído:**

O ruído passa faixa na entrada do receptor é dada por:

$$N(t) = N_c(t)\cos(\omega_c t) - N_s(t)\sin(\omega_c t)$$

cuja potência média em uma dada largura de faixa  $B$  é:

$$P_N = [P_{Nc} + P_{Ns}]/2 = N_0 B$$

$N_0$  = é a densidade espectral de potência unilateral do ruído.

É conveniente assumir que o ruído possui largura de faixa  $W$  finita maior que a largura de faixa do sistema.

Então,  $N_c(t)$  e  $N_s(t)$  são dois processos passa baixas equivalente com densidade espectral de potência bilateral =  $N_0$  para  $-W/2 \leq f \leq W/2$ .

Em simulação  $N(t)$  é gerado na sua forma passa baixas equivalente:

$$\tilde{N}(t) = N_c(t) + jN_s(t)$$

Para obter  $N(t)$ , basta gerar duas seqüências gaussianas passa baixas, cada uma com densidade espectral de potência bilateral igual a  $N_0$ .

Assim, para um valor de  $N_0$  basta fixar as variâncias de  $N_c(t)$  e  $N_s(t)$  em  $\sigma_c^2 = \sigma_s^2 = N_0 f_s$ , onde  $f_s$  é a freqüência de amostragem de um gerador de números aleatórios que emite amostras a cada  $T_s$  que imitam o ruído branco em  $-f_s/2 \leq f \leq f_s/2$  com densidade espectral de potência igual a  $N_0$ .



### c) Calibrando a razão Sinal-Ruído e $E_b/N_0$ :

$E_b/N_0$  = medida calibrada na entrada do receptor =  $\gamma$  (valor numérico).

Então,

$$N_0 = E_b/\gamma$$

como  $E_b = E_s/k = P_z T /k$ , temos:

$$N_0 = P_z T /\gamma k$$

onde  $k$ ,  $T$  e  $\gamma$  são valores pré-determinados e  $P_z$  pode ser pré-calculado ou determinado por calibração. Assim, basta calibrar o gerador de números aleatórios pela fixação de  $\sigma_C^2 = \sigma_S^2 = N_0 f_S$  para completar a calibração de  $E_b/N_0$ .

Para calibrar a SNR, seja  $\rho$  a razão potência do sinal/ruído em um dado ponto de interesse.

A potência do sinal  $P_z$  pode ser pré-calculada ou determinada por medição.

A potência do ruído no mesmo ponto é dado por  $N_0 B_N$ .

$B_N$  = medida entre o ponto de inserção da fonte de ruído e o ponto de teste.

**1º caso:** fixar o valor de  $\rho$  em algum ponto e usar

$$N_0 = P_z / \rho B_N$$

**2º caso:** fixar o valor de  $E_b/N_0 = \gamma$  e determinar o valor de  $\rho$ :

$$\rho = k\gamma / TB_N$$

$T = 1/R$  = duração de um símbolo.