· $H(z) = 1 + z^{-1} \Rightarrow |H(0)| = 1 + 1/0 = \infty$

$\Rightarrow$ polos na origem

· Mais uma relação entre polos e zeros

Como aproximar um polo por um sistema FIR, só com zeros? duração N.

$$H(z) = \frac{1}{1-\rho z^{-1}} \Rightarrow h[n] = \rho^n u[n]$$

Filtro FIR $g[n] = \begin{cases} h[n] = \rho^n & n = 0, \dots, N-1 \\ 0 & \text{c.c.} \end{cases}$

$$\Rightarrow G(z) = \sum_{n=0}^{N-1} \rho^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{N-1} (\rho z^{-1})^n$$

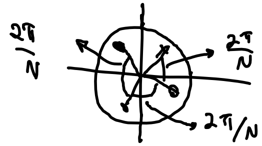
Soma de N termos de uma PG com razão ρz^{-1}.

$$G(z) = \frac{(\rho z^{-1})^N - 1}{\rho z^{-1} - 1}$$

para $z = \rho$, $G(z) = ?$ Olhando para a somatória, $G(\rho) = N$. Assumindo $z \neq \rho$,

$$G(z) = 0 \Rightarrow (\rho z^{-1})^N = 1 \Rightarrow (\rho z^{-1})^N = e^{j2k\pi}$$

$$\rho z^{-1} = e^{j\frac{2k\pi}{N}} \Rightarrow z = \rho e^{-j\frac{2k\pi}{N}} \quad k = 1, 2, \dots, N-1,$$



Amostragem:

Observação: freqs. digitais separadas de 2π são indistinguíveis. De fato, seja $\omega_1 = \omega_2 + 2\pi$

$$\Rightarrow e^{j\omega_1 n} = e^{j(\omega_2 + 2\pi)n} = e^{j\omega_2 n}$$

Vamos considerar tons puros: dado Ω

$$x_c(t) = e^{j\Omega t}$$

$$x_d[n] = x_c(t)\Big|_{t = nT_s} = e^{j\Omega n T_s} = e^{j\omega n} \quad \text{com } \boxed{\omega = \Omega T_s}$$

No sinal train do MATLAB, temos as freqs. $\omega = \frac{2\pi k}{N}$, com $N = 12880$ e $k = 1107, 1393, 1838$

$\Rightarrow$ freqs analógicas $\Omega = \frac{2\pi k}{N} \frac{1}{T_s}$ (rad/s) f_s

$$\Omega = 2\pi f \Rightarrow f = \frac{k}{N} f_s \text{ (Hz)}$$

$\Rightarrow$ freqs principais são 704, 886, 1169

Usando $\omega = \Omega T_s$ em casos especiais:

- $f = f_s/2 \Rightarrow \Omega = \pi f_s \Rightarrow \omega = \pi f_s T_s = \pi$

Como $\omega = \pi$ é a maior freq. digital possível, a maior freq. analógica que eu posso é $f_m = f_s/2$

$\Rightarrow f_s$ maior do que o dobro da maior freq. de interesse

- $f = f_s \Rightarrow \Omega = 2\pi f_s \Rightarrow \omega = 2\pi f_s T_s = 2\pi$.

Mas $e^{j2\pi n} = e^{j0n} = 1 \Rightarrow$ freqs. analógicas 0 e f_s Hz são indistinguíveis se amostradas a f_s amostras/s

$\Rightarrow$ freq. f_s aparece como uma constante após amostragem.

- Freq. analógicas f_1 e $f_2 = f_1 + f_s$

$x_1[n] = e^{j2\pi f_1 n T_s} \Rightarrow \omega_1 = 2\pi f_1 T_s$

$x_2[n] = e^{j2\pi f_2 n T_s} = e^{j2\pi (f_1 + f_s) n T_s}$

$= e^{j2\pi f_1 n T_s} \underbrace{e^{j2\pi f_s n T_s}}_{1} = x_1[n]$

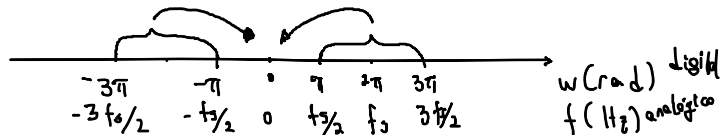
$\Rightarrow$ Sinais analógicos com freqs. separadas de f_s Hz são indistinguíveis após a amostragem.

- Duas freqs, f_1 e $f_2 = f_1 + f_s$

$x_c(t) = e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}$

$x_d[n] = e^{j\omega_1 n T_s} + e^{j\omega_2 n T_s}$

$= e^{j\omega_1 n T_s} + e^{j\omega_1 n T_s} = 2 e^{j\omega_1 T_s n}$



Aparece na freq. ω (digital) o que está nas freqs. analógicas $\Omega + 2k\pi f_s$, com $\Omega = \omega f_s$

$$X_d(e^{j\omega}) = \frac{1}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(j\left(\omega f_s + 2k\pi f_s\right)\right)$$