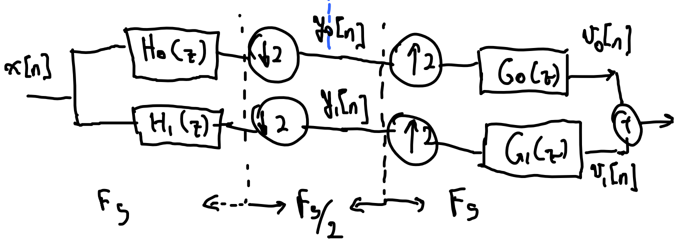
análise ⟵ ⟶ síntese



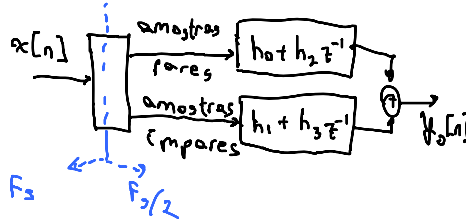
3 domínios: tempo, transformada e implementação

Suponha $H_0(z) = h_0 + h_1 z^{-1} + h_2 z^{-2} + h_3 z^{-3}$

$$y[n] = x[n] * h[n] = \sum_{k=0}^{4} h_k x[n-k]$$

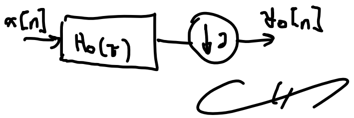
$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$	$x[5]$	$x[6]$	$x[7]$	$x[8]$	$x[9]$
$n=1$: h_3	h_2	h_1	h_0	não uso, pela decimação					
$n=4$	h_3	h_2	h_1	h_0					
		$n=6$	h_3	h_2	h_1	h_0			
				$n=8$	h_3	h_2	h_1	h_0	

Para n par, $x[n]$ é multiplicado por h_0 e h_2

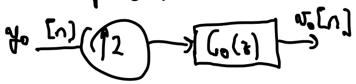


Só gero as amostras $y_0[n]$ que serão usadas.

Isto gera as <u>mesmas</u> amostra que



Interpolação



$G_0(z) = g_0 + g_1 z^{-1} + g_2 z^{-2} + g_3 z^{-3}$

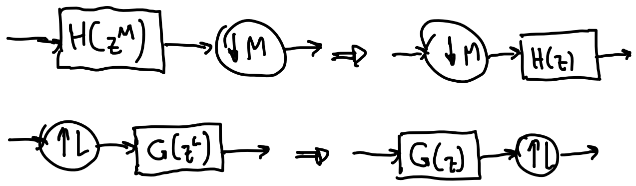
$y_0[0]$	0	$y_0[1]$	0	$y_0[2]$	0	$y_0[3]$	0	$y_0[4]$	
g_3	g_2	g_1	g_0						$v_0[3]$
	g_3	g_2	g_1	g_0					$v_0[4]$
		g_3	g_2	g_1	g_0				$v_0[5]$
			g_3	g_2	g_1	g_0			$v_0[6]$

Amostras pares: $y_0[n]\,g_0 + y_0[n-1]\,g_2$

Amostras ímpares: $y_0[n]\,g_1 + y_0[n-1]\,g_3$

Gero a mesma sequência
Não multiplico por zero
Só aumento a taxa de amostragem no fim.

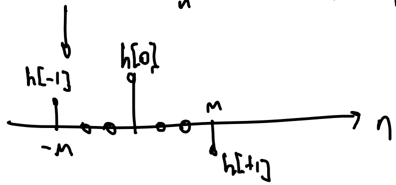
Generalizando: Identidades Nobres



Explicando notação:

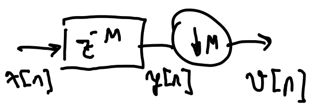
$$H(z) = \sum_n h[n] z^{-n} = \dots h[-1] z + h_0 z^0 + h[1] z^{-1} + \dots$$

$$\Rightarrow H(z^M) = \sum_n h[n] z^{-Mn} = \dots h[-1] z^{M} + h_0 z^0 + h[1] z^{-M} + \dots$$



$H(z^M)$ tem muitos zeros, identidade nobre permite ignorá-los

"Prova": caso especial $H(z) = z^{-1} \Rightarrow H(z^M) = z^{-M}$



$M = 3$

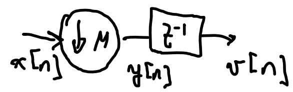
$x[n]$:	$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$	$x[5]$	$x[6]$	$x[7]$	$x[8]$
$y[n]$:	$x[-3]$	$x[-2]$	$x[-1]$	$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$	$x[5]$
$v[n]$:	$x[-3]$ $\uparrow n=0$			$x[0]$ $\uparrow n=1$			$x[3]$ $\uparrow n=2$		

$\} F_s/3$

$v[n] = y[3n]$; $y[n] = x[n-3]$

$\Rightarrow v[n] = x[3n-3] = x[3(n-1)]$

Analisando o outro lado da identidade

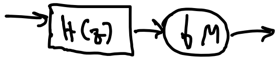


$x[n]$:	$x[0]$	$x[1]$	$x[2]$	$x[3]$	$x[4]$	$x[5]$	$x[6]$	$x[7]$	$x[8]$
$y[n]$:	$x[0]$			$x[3]$			$x[6]$		
$v[n]$:	$x[-3]$			$x[0]$			$x[3]$		

$\} F_s/3$

Por linearidade, se $H(z) = \sum h[n] z^{-n}$, "provamos" a identidade.

Mas decimação é



não temos $H(z^M)$ no lado esquerdo, não podemos aplicar identidade.

Solução: decomposição polifásica.

Exemplo: $M=2$

$$H(z) = \cdots + h[-2]z^{+2} + h[-1]z^{+1} + h[0]z^{0} + h[1]z^{-1} + h[2]z^{-2} + \cdots$$

Quero escrever em termos de z^2

$$H(z) = \cdots + h[-2]z^{2} + h[0]z^{0} + h[2]z^{-2} + \cdots +$$

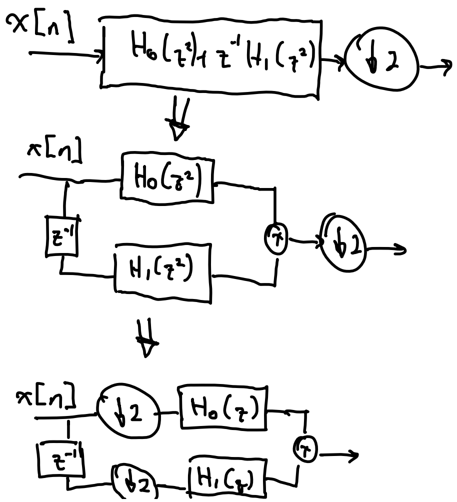
$$\cdots + h[-1]z + h[1]z^{-1} + h[3]z^{-3} + \cdots$$

$$= H_0(z^2) + z^{-1} H_1(z^2)$$

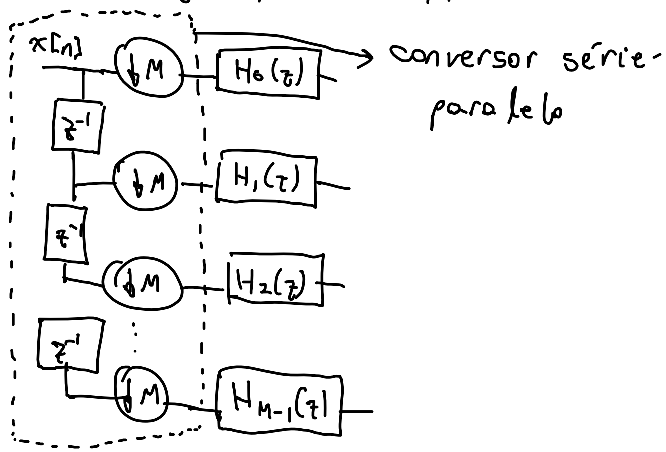
$$H_0(z^2) = \cdots + h[-2]z^{2} + h[0]z^{0} + h[2]z^{-2} + \cdots$$

$$H_1(z^2) = \cdots + h[-1]z^{2} + h[1]z^{0} + h[3]z^{-2} + \cdots$$

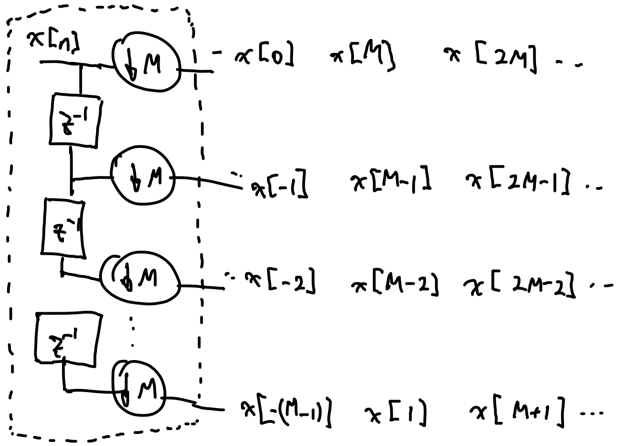
$$\left.\begin{array}{l} H_0: \text{ coeficientes pares} \\ H_1: \text{ coeficientes ímpares} \end{array}\right\} \text{ ver começo da aula}$$



No caso geral, para M qq.



No caso geral, para M qq.



Cada ciclo de relógio do lado direito, depois dos decimadores, equivale a M ciclos do lado esquerdo ⇒ cada nova amostra em cada linha do lado direito espera a chegada de M amostras do lado esquerdo.

Estrutura é chamada de demultiplexador ou conversor série paralelo.